联轴器不对中转子系统的故障再现方法

于清文^{1,2},王 菲^{1,2},卢良文³,罗 忠^{1,2},姜广义³ (1. 东北大学 机械工程与自动化学院,2. 航空动力装备振动及控制教育部重点实验室:沈阳 110819; 3. 中国航发沈阳发动机研究所,沈阳 110015)

摘要:针对转子系统联轴器不对中的故障再现问题,建立了动力学相似模型转子系统的方法。讨论由联轴器不对中引起的附加力的情况,建立了带有联轴器不对中转子系统的数学模型;采用方程分析法和量纲分析法相结合的方法,推导了联轴器不对中转子系统的动力学相似关系;设计了动力学相似的原型和模型系统,通过对设定系统进行数值仿真,分别对比了2套系统的轴心轨迹和频域响应。结果表明:模型与原型系统的频率成分相同,轴心轨迹形状一致且满足相似比例,验证了所提方法的正确性。 搭建了2组动力学相似试验台,进一步验证了所提出相似设计方法的实用性和有效性。该研究结果为再现原型系统联轴器不对 中故障的动力学相似模型设计奠定了理论基础。

关键词:转子系统;联轴器;不对中;动力学相似;故障再现;航空发动机
 中图分类号: V231.96
 文献标识码:A
 doi:10.13477/j.cnki.aeroengine.2022.06.015

A Method for Fault Reproduction of Rotor System with Coupling Misalignment

YU Qing-wen^{1,2}, WANG Fei^{1,2}, LU Liang-wen³, LUO Zhong^{1,2}, JIANG Guang-yi³

(1.School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, 2. Key Laboratory of Vibration and Control of

Aero-Propulsion Systems Ministry of Education of China: Shenyang 110819, China; 3. AECC Shenyang Engine Research Institute,

Shenyang 110015, China)

Abstract: Aiming at the problem of fault reproduction of coupling misalignment in rotor system, the method of dynamic similarity model of rotor system was established. The additional force caused by coupling misalignment was discussed and the mathematical model of the rotor system with coupling misalignment was established. The dynamic similarity of the rotor system with misaligned coupling was derived by using the method of equation analysis and dimensional analysis. A prototype and model system with similar dynamics were designed. Through numerical simulation of the set system, the axis trajectory and frequency domain response of the two systems were compared respectively. The results show that the frequency components of the model and the prototype system are the same, and their axis trajectory shapes are consistent and resemble proportionally, which verifies the correctness of the proposed method. Two sets of dynamically similar test-beds were built to further verify the practicability and effectiveness of the proposed similarity design method. The research results lay a theoretical foundation for the design of dynamically similar model to reproduce the coupling misalignment fault in the prototype system.

Key words: rotor system; coupling; misalignment; dynamic similarity; fault reproduction; aeroengine

0 引言

在航空发动机、汽轮机、压缩机等大型旋转机械 中,转子不对中故障是最为常见的故障形式之一。所 谓转子不对中通常是指2个相邻的、设计要求本应同 轴的转子在实际运行中轴心线出现不同轴。据国内 外相关资料分析,旋转机械的振动故障约60%以上 都是由不对中引起或与其相关,而联轴器不对中占多数^[1]。联轴器不对中会引起转子系统的不稳定运动, 进而引起设备振动、轴承磨损、轴挠曲变形、转子与定 子碰摩等一系列问题,轻者会影响设备的正常运行, 重者会造成设备损坏进而引起更严重事故^[2-4]。因此,研究联轴器不对中转子动力学问题,掌握不对中 转子系统振动行为的分析理论与方法,不仅具有重要

收稿日期:2022-03-21 **基金项目:**国家自然科学基金(11872148、U1908217)资助 作者简介:于清文(1979),女,硕士,讲师,研究方向为机械动力学与控制;E-mail:qwyu@mail.neu.edu.cn。

引用格式: 于清文, 王菲, 卢良文, 等. 联轴器不对中转子系统的故障再现方法[J]. 航空发动机, 2022, 48(6): 98-104. YU Qingwen, WANG Fei, LU Liangwen, et al. A method for fault reproduction of rotor system with coupling misalignment[J]. Aeroengine, 2022, 48(6): 98-104.

的理论意义,而且具有十分重要的实际应用价值。在 工程实际中最有效的研究方法是物理试验,而直接采 用原型系统进行联轴器不对中故障机理试验,特别是 对于结构复杂且尺寸较大的原型系统试验,存在结构 复杂、复现故障难度大、试验成本高以及试验周期长 等局限性。因此针对联轴器不对中故障的试验研究, 开展其试验模型的动力学相似研究具有重要意义,即 用动力学相似试验模型转子系统复现原型转子系统 的动力学特性和联轴器不对中故障特征,进而获得原 型转子系统的动力学特性和联轴器不对中故障机理。

国内外关于通过动力学相似模型转子系统再现 联轴器不对中故障研究的报道尚不多见,多为动力学 相似转子系统的特征预测和不对中故障机理及试验 研究。Young^[5]针对船用发动机转子系统,推导了动 力学相似关系,建立了转子叶片的实体模型和相似模 型;Wu¹⁶建立了完全相似转子系统模型,并利用有限 元数值模拟方法对固有频率和响应相似关系进行了 验证;殷杰等四采用量纲分析法对燃气轮机拉杆转子 进行了动力学相似研究,推导了畸变补偿模型与原型 的动力学特性畸变相似准则;胡培民醫分析了完全几 何相似转子系统的弯曲振动响应,并研究了支承刚度 在转子弯曲振动中的相似律;Sudhakar等⁹⁹总结了联 轴器不对中的建模方法,研究了不对中故障的诊断识 别方法:Patel¹⁰⁰通过试验研究了不对中转子系统的振 动特性,指出转子不对中并不是出现2倍工频振动响 应的惟一原因;万召等^[11]比较了转子-轴承系统在考 虑联轴器不对中前后的振动响应和稳定性,指出联轴 器不对中会引起2~4倍甚至更高倍频振动。

本文考虑由联轴器不对中引起的附加力,建立带 有联轴器不对中的转子系统动力学方程并推导转子 系统各参数的动力学相似关系,建立满足动力学相似 关系的不完全几何相似模型,并进行数值仿真和试验 验证。

1 动力学模型

转子不对中主要反映为联轴器不对中,分为平行 不对中、角度不对中和综合不对中3种形式。平行不 对中是指两半联轴器轴心径向不重合引起的不对中, 角度不对中是指两半联轴器轴心线不平行引起的不 对中,而综合不对中是指平行不对中和角度不对中综 合在一起^[12-14]。

1.1 不对中力

1.1.1 由于平行不对中引起的作用力

由于平行不对中引起 的作用力如图 1 所示。 o_1 和 o_2 分别为左右两半联轴 器的端面轴心点,不在同 一轴线上且存在平行不对 中量 $\Delta y^{[14]}, \Delta l$ 为左右两半 联轴器的安装距离。

将端面轴心点 o₁、o₂ 沿轴向投影在同一平面内 (如图2所示),o₁'、o₂'分别 为投影点,以o₁'o₂'为直径 作圆,设圆心为点o。受平 行不对中影响,联轴器的 几何中心N的运动轨迹可 近似看作是以o₁'o₂'为直 径的圆^[14-15]。





图2 联轴器轴心投影

以圆心o为坐标原点,以 $o_1'o_2'$ 所在直线为y轴建 立平面直角坐标系oxy,则几何中心N的坐标可表示 为 $N(x_N, y_N)$,设 $o_1'N$ 和 $o_1'o_2'$ 的夹角为 θ ,转子的转速 为 ω ,则d $\theta/dt = \omega$ 。由几何关系可得N点坐标分别为

$$\begin{cases} x_N = \Delta y \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{2} \Delta y \sin (2\theta) \\ y_N = \frac{1}{2} \Delta y - \Delta y \sin^2 \theta = \frac{1}{2} \Delta y \cos (2\theta) \end{cases}$$
(1)

对x_{N、yN}分别求关于t的2阶导数,可得

$$\begin{cases} \frac{d^2 x_N}{dt^2} = -2\Delta y \omega^2 \sin(2\omega t) \\ \frac{d^2 y_N}{dt^2} = -2\Delta y \omega^2 \cos(2\omega t) \end{cases}$$
(2)

根据牛顿第2定律,在平行不对中的情况下联轴 器的不对中力可表示为^[15]

$$\begin{cases} F_x = m_e \frac{d^2 x_N}{dt^2} = -2m_e \Delta y \omega^2 \sin(2\omega t) \\ F_y = m_e \frac{d^2 y_N}{dt^2} = -2m_e \Delta y \omega^2 \cos(2\omega t) \end{cases}$$
(3)

式中: F_x 、 F_y 分别为转子在x、y方向上受到的分力; m_e 为联轴器质量。

1.1.2 由于角度不对中引起的作用力

由于角度不对中引起的作用力如图3所示。当转 子存在角度不对中时,左右两半联轴器存在夹角α。

左右两半联轴器的运动中心不重合,联轴器在运 动过程中受到角度不对中影响,转动的同时发生摆 动,运动轨迹如图4所示。



通过几何关系推导可得角度不对中量为 $\Delta l \tan(\alpha/2)$,根据平行不对中力的推导思路得到角度 不对中产生的不对中力为

$$\begin{cases} F_x = -2m_c \Delta l \tan(\alpha/2) \,\omega^2 \sin(2\omega t) \\ F_y = -2m_c \Delta l \tan(\alpha/2) \,\omega^2 \cos(2\omega t) \end{cases}$$
(4)

1.1.3 由于综合不对中引起的作用力

当平行不对中和角度不对中同时存在时,即为综 合不对中时,若2种不对中故障发生在同一平面,则 不对中合力为2种不对中力的代数和,若不在同一平 面内,则可通过几何关系算出合力。为方便计算,假 设平行不对中量与不对中角在同一平面内,则由综合 不对中引起的作用力可表示为[15]

$$\begin{cases} F_x = -2m_c \Delta l \tan(\alpha/2) \,\omega^2 \sin(2\omega t) - \\ 2m_c \Delta y \omega^2 \sin(2\omega t) \\ F_y = -2m_c \Delta l \tan(\alpha/2) \,\omega^2 \cos(2\omega t) - \\ 2m_c \Delta y \omega^2 \cos(2\omega t) \end{cases}$$
(5)

1.2 动力学模型

为了便于研究,建立1个简化的不对中转子系统如

图5所示。从图中可见,电电机 动机通过左右两半联轴器 与带有1个转盘的轴联接,



转轴由2个滚动轴承支承。 不计电动机输出轴

图5 带不对中故障转子系统

的质量,设转轴和转盘的质量为m,阻尼系数为c, 转速为 ω ,左右两半联轴器质量为m,平行不对中量 为 Δ_{γ} ,角度不对中量为 $\Delta ltan(\alpha/2)$,其振动方程可表 示为

$$\begin{cases} m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -2m_{c}\Delta l\tan(\alpha/2)\omega^{2}\sin(2\omega t) - \\ 2m_{c}\Delta y\omega^{2}\sin(2\omega t) \\ m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = -2m_{c}\Delta l\tan(\alpha/2)\omega^{2}\cos(2\omega t) - \\ 2m_{c}\Delta y\omega^{2}\cos(2\omega t) \end{cases}$$
(6)

考虑不平衡力和重力,结合式(6)可得到动力学 方程^[2,16]

$$\mathbf{M}\ddot{q} + \mathbf{K}\dot{q} + \mathbf{C}q = \mathbf{F}_{e} + \mathbf{F}_{r} + \mathbf{G}$$
(7)

式中:M为质量矩阵;C为阻尼矩阵;K为刚度矩阵;F。 为不平衡力;F为不对中力;G为重力;q、 \dot{q} 、 \ddot{q} 分别 为水平竖直方向的响应向量、速度向量及加速度向量

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} m & 0\\ 0 & m \end{bmatrix}, \boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} c & 0\\ 0 & c \end{bmatrix}, \boldsymbol{K} = \begin{bmatrix} k & 0\\ 0 & k \end{bmatrix}$$
(8)

$$F_e = \begin{bmatrix} me\omega^2 \cos \omega t \\ me\omega^2 \sin \omega t \end{bmatrix}$$
(9)

$$\boldsymbol{F}_{r} = \begin{bmatrix} -2m_{c}\Delta l\tan\left(\alpha/2\right)\omega^{2}\sin\left(2\omega t\right) \\ -2m_{c}\Delta y\omega^{2}\sin\left(2\omega t\right) \\ -2m_{c}\Delta l\tan\left(\alpha/2\right)\alpha\omega^{2}\cos\left(2\omega t\right) \\ -2m_{c}\Delta y\omega^{2}\cos\left(2\omega t\right) \end{bmatrix}$$
(10)

$$\boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} \\ -mg \end{bmatrix} \tag{11}$$

$$\boldsymbol{q} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{y} \end{bmatrix}, \, \dot{\boldsymbol{q}} = \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{x}} \\ \dot{\boldsymbol{y}} \end{bmatrix}, \, \ddot{\boldsymbol{q}} = \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{x}} \\ \ddot{\boldsymbol{y}} \end{bmatrix}$$
(12)

2 相似关系建立

设计相似模型时,首先要获得动力学相似关系, 对于模型和原型2个系统对应的各参数都应满足相 似关系,即模型和原型各对应参数之间都满足一定比 例,把这个比例习惯定义为相似因子。原型和模型在 选择相关参数时,材料参数与结构参数等建模需要的 参数需按照一定的相似关系给定,而后通过公式理论 推导得到响应结果的相似关系。参数选取依据实际建 模和结果分析给定,建模所需的必要参数以及要分析 的响应参数等。参数选取具有主观性,但不影响适用 性。相似因子是确定相似模型设计参数的重要依据。

不对中转子系统的动力学方程为

$$M\ddot{q} + K\dot{q} + Cq = F_e + F_r + G$$
(13)

则原型和模型系统的动力学方程分别为

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{p}}\boldsymbol{\ddot{q}}_{\mathrm{p}} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{p}}\boldsymbol{\dot{q}}_{\mathrm{p}} + \boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}\boldsymbol{q}_{\mathrm{p}} = \boldsymbol{F}_{\mathrm{ep}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{rp}} + \boldsymbol{G}_{\mathrm{p}} \quad (14)$$

 $M_{\rm m}\ddot{q}_{\rm m} + K_{\rm m}\dot{q}_{\rm m} + C_{\rm m}q_{\rm m} = F_{\rm em} + F_{\rm rm} + G_{\rm m}$ (15)

式中:下标p和m分别表示原型和模型。 设式(14)、(15)中各参数相似因子为 $\lambda_{,,}$ 则

> $\lambda_{\varepsilon} = \varepsilon_{\rm m} / \varepsilon_{\rm n}, (\varepsilon = M, K, C, G, F_{\varepsilon}, F_{\tau}, t, q, \dot{q}, \ddot{q}) \quad (16)$ 根据式(16)得到各参数的相似因子,见表1。 根据表1结果,式(14)可表示为

参数	相似因子	参数	相似因子
质量	$\lambda_{_{\mathrm{M}}} = \frac{M_{_{\mathrm{m}}}}{M_{_{\mathrm{p}}}}$	不对中力	$\lambda_{\mathrm{F}_{\mathrm{r}}} = \frac{F_{\mathrm{rm}}}{F_{\mathrm{rp}}}$
刚度	$\lambda_{\rm K} = \frac{K_{\rm m}}{K_{\rm p}}$	时间	$\lambda_t = \frac{t_{\mathrm{m}}}{t_{\mathrm{p}}}$
阻尼	$\lambda_{\rm C} = \frac{C_{\rm m}}{C_{\rm p}}$	位移	$\lambda_{\mathrm{q}} = rac{q_{\mathrm{m}}}{q_{\mathrm{q}}}$
重力	$\lambda_{\rm G} = \frac{G_{\rm m}}{G_{\rm p}}$	速度	$\lambda_{\dot{\mathbf{q}}} = \frac{\dot{q}_{\mathrm{m}}}{\dot{q}_{\mathrm{q}}} = \frac{\lambda_{\mathrm{q}}}{\lambda_{\mathrm{t}}}$
不平衡力	$\lambda_{\mathrm{F}_{e}} = \frac{F_{e\mathrm{m}}}{F_{\mathrm{ep}}}$	加速度	$\lambda_{\ddot{q}} = \frac{\ddot{q}_{m}}{\ddot{q}_{a}} = \frac{\lambda_{q}}{\lambda_{1}^{2}}$

表1 转子系统各主要参数相似关系

$$\frac{\lambda_{\rm M} \lambda_{\rm q}}{\lambda_{\rm G} \lambda_{\rm t}^2} \boldsymbol{M}_{\rm p} \boldsymbol{\ddot{q}}_{\rm p} + \frac{\lambda_{\rm C} \lambda_{\rm q}}{\lambda_{\rm G} \lambda_{\rm t}} \boldsymbol{C}_{\rm p} \boldsymbol{\dot{q}}_{\rm p} + \frac{\lambda_{\rm q} \lambda_{\rm K}}{\lambda_{\rm G}} \boldsymbol{K}_{\rm p} \boldsymbol{q}_{\rm p} = \frac{\lambda_{\rm F_e}}{\lambda_{\rm G}} \boldsymbol{F}_{\rm ep} + \frac{\lambda_{\rm F_e}}{\lambda_{\rm G}} \boldsymbol{F}_{\rm rp} + \boldsymbol{G}_{\rm p}$$
(17)

因为式(17)与式(14)等价,可得

$$\frac{\lambda_{\rm M}\lambda_{\rm q}}{\lambda_{\rm c}\lambda_{\rm t}^2} = \frac{\lambda_{\rm c}\lambda_{\rm q}}{\lambda_{\rm c}\lambda_{\rm t}} = \frac{\lambda_{\rm q}\lambda_{\rm K}}{\lambda_{\rm c}} = \frac{\lambda_{\rm F_e}}{\lambda_{\rm c}} = \frac{\lambda_{\rm F_e}}{\lambda_{\rm c}} = 1 \quad (18)$$

式(18)即为模型和原型转子系统动力学相似关 系式。

由量纲分析可知

$$\begin{cases} \lambda_{\omega} = \lambda_{1}^{-1} \\ \lambda_{m} = \lambda_{\rho} \lambda_{d}^{2} \lambda_{1} \end{cases}$$
(19)

根据式(8)可得

$$\begin{cases} \lambda_{\rm M} = \lambda_{\rm m} \\ \lambda_{\rm K} = \lambda_{\rm k} \\ \lambda_{\rm C} = \lambda_{\rm c} \\ \lambda_{\rm q} = \lambda_{\rm x} = \lambda_{\rm y} \end{cases}$$
(20)

式中:λ_x、λ_y分别为水平和竖直方向的响应相似因子。 将式(19)、(20)带入式(18)并进行整理化简

$$\begin{cases} \lambda_{\rm m} = \lambda_{\rm p} \lambda_{\rm d}^{2} \lambda_{\rm 1} \\ \lambda_{\rm c} = \lambda_{\rm p} \lambda_{\rm d}^{2} \lambda_{\rm 1} \lambda_{\omega} \\ \lambda_{\rm k} = \lambda_{\rm c} \lambda_{\omega} \\ \lambda_{\rm F_{\rm r}} = \lambda_{\rm F_{\rm e}} = \lambda_{\rm G} = \lambda_{\rm x} \lambda_{\rm k} \end{cases}$$
(21)

根据文献[17]可知临界转速相似因子λ。为

$$\lambda_{\omega} = (\lambda_{d}/\lambda_{1}^{2}) \sqrt{\lambda_{E}/\lambda_{\rho}}$$
(22)

带入式(21)可得

$$\begin{cases} \lambda_{\rm m} = \lambda_{\rho} \lambda_{\rm d}^{2} \lambda_{\rm I} \\ \lambda_{\rm k} = \lambda_{\rm d}^{4} \lambda_{\rm E} / \lambda_{\rm I}^{3} \\ \lambda_{\rm c} = \lambda_{\rm d}^{3} \sqrt{\lambda_{\rm E} \lambda_{\rho}} / \lambda_{\rm I} \\ \lambda_{\rm F_{r}} = \lambda_{\rm F_{e}} = \lambda_{\rm G} = \lambda_{\rm d}^{4} \lambda_{\rm E} \lambda_{\rm x} / \lambda_{\rm I}^{3} \end{cases}$$
(23)

对于不平衡力*F*。、不对中力*F*,和重力*G*,相似因 子满足各分量式等价

$$\lambda_{\mathrm{F}_{\mathrm{s}}} = \lambda_{\mathrm{F}_{\mathrm{r}}} = \lambda_{\mathrm{G}} = \lambda_{\mathrm{m}}\lambda_{\mathrm{g}} = \lambda_{\mathrm{p}}\lambda_{\mathrm{d}}^{2}\lambda_{\mathrm{l}}\lambda_{\mathrm{g}} \qquad (24)$$

根据式(9)、(10)中不平衡力和不对中力的表达 式,推导出不平衡力和不对中力相似因子的表达式分 别为

$$\begin{cases} \lambda_{F_e} = \lambda_m \lambda_e \lambda_{\omega}^2 \\ \lambda_{F_r} = \lambda_{m_e} \lambda_{\Delta y} \lambda_{\omega}^2 + \lambda_{m_e} \lambda_{\Delta l} \lambda_{\omega}^2 \\ \lambda_G = \lambda_m \lambda_g = \lambda_p \lambda_d^2 \lambda_l \lambda_g \end{cases}$$
(25)

角度不对中力的不对中夹角 α 为三角函数形式, 量纲为1,故 λ_{α} =1。整理得到方程组

$$\begin{cases} \lambda_{\rm m} \lambda_{\rm e} \lambda_{\omega}^{2} = \lambda_{\rm p} \lambda_{\rm d}^{2} \lambda_{\rm l} \lambda_{\rm g} \\ \lambda_{\rm m_{e}} \lambda_{\Delta y} \lambda_{\omega}^{2} = \lambda_{\rm p} \lambda_{\rm d}^{2} \lambda_{\rm l} \lambda_{\rm g} \\ \lambda_{\rm m_{e}} \lambda_{\Delta \rm l} \lambda_{\omega}^{2} = \lambda_{\rm p} \lambda_{\rm d}^{2} \lambda_{\rm l} \lambda_{\rm g} \end{cases}$$
(26)

转轴、转盘和联轴器采用相同的质量缩比关系,因此有 $\lambda_m = \lambda_m$,化简式(26)得

$$\lambda_{e} = \lambda_{\Delta y} = \lambda_{\Delta l} = \lambda_{g} / \lambda_{\omega}^{2}$$
(27)

按照上述相似因子设计模型,通过式(21)推导出 原型与模型响应的相似因子,由式(18)和式(23)可得

$$\lambda_{x} = \lambda_{y} = \frac{\lambda_{\rho} \lambda_{1}^{4} \lambda_{g}}{\lambda_{E} \lambda_{d}^{2}}$$
(28)

整理得到满足相似条件的相似关系

$$\begin{cases} \lambda_{\rm m} = \lambda_{\rm p} \lambda_{\rm d}^{2} \lambda_{\rm l} \\ \lambda_{\rm k} = \lambda_{\rm d}^{4} \lambda_{\rm E} / \lambda_{\rm l}^{3} \\ \lambda_{\rm c} = \lambda_{\rm d}^{3} \sqrt{\lambda_{\rm E} \lambda_{\rm p}} / \lambda_{\rm l} \\ \lambda_{\rm e} = \lambda_{\rm d}^{3} \sqrt{\lambda_{\rm E} \lambda_{\rm p}} / \lambda_{\rm l} \\ \lambda_{\rm e} = \lambda_{\rm Ay} = \lambda_{\rm Al} = \lambda_{\rm g} / \lambda_{\rm \omega}^{2} \\ = \lambda_{\rm p} \lambda_{\rm l}^{4} \lambda_{\rm g} / \lambda_{\rm E} \lambda_{\rm d}^{2} \\ \lambda_{\rm x} = \lambda_{\rm y} = \lambda_{\rm p} \lambda_{\rm l}^{4} \lambda_{\rm g} / \lambda_{\rm E} \lambda_{\rm d}^{2} \end{cases}$$
(29)

推导出的系统模型与原型各参数相似因子见表2。

表2 系统模型与原型各参数相似因子

参数	相似因子
质量	$\lambda_{\rm M} = \lambda_{\rm \rho} \lambda_{\rm d}^{\ 2} \lambda_{\rm l}$
刚度	$\lambda_{\rm K} = \lambda_{\rm d}^{4} \lambda_{\rm E} / \lambda_{\rm 1}^{3}$
阻尼	$\lambda_{\rm C} = \lambda_{\rm d}^{-3} \sqrt{\lambda_{\rm E} \lambda_{\rm p}} / \lambda_{\rm l}$
重力	$\lambda_{\rm C} = \lambda_{\rm \rho} \lambda_{\rm d}^{\ 2} \lambda_{\rm l} \lambda_{\rm g}$
转速	$\lambda_{\omega} = (\lambda_{\rm d}/\lambda_{\rm l}^{2}) \sqrt{\lambda_{\rm E}/\lambda_{\rm \rho}}$
不平衡量	$\lambda_{\rm e} = \lambda_{\rm g} / \lambda_{\omega}^2$
不对中量	$\lambda_{\Delta y} = \lambda_{g} / \lambda_{\omega}^{2}$
不对中角	$\lambda_{\alpha} = 1$
联轴器安装距离	$\lambda_{\Delta l} = \lambda_{\rm g} / \lambda_{\omega}^2$
位移响应	$\lambda_{x} = \lambda_{y} = \lambda_{\rho} \lambda_{1}^{4} \lambda_{g} / \lambda_{E} \lambda_{d}^{2}$

3 算例

为验证所建立相似关系的正确性,进行数值仿真

验证。设计1套动力学相似的原型和模型试验系统, 模型和原型的材料相同,即 $\lambda_{p} = \lambda_{E} = \lambda_{g} = 1,且满足$ $临界转速相似因子<math>\lambda_{\omega} = 1$,即由式(22)知 $\lambda_{l} =$ 0.707, $\lambda_{d} = 0.5$,根据式(28)、(29)计算得到各参数的 相似因子

$$\begin{cases} \lambda_{\rho} = \lambda_{E} = \lambda_{g} = 1 \\ \lambda_{1} = 0.707, \lambda_{d} = 0.5 \\ \lambda_{m} = \lambda_{m_{e}} = 0.177, \lambda_{e} = 0.176 \\ \lambda_{k} = 0.177, \lambda_{e} = \lambda_{\Delta y} = \lambda_{\Delta l} = 1 \\ \lambda_{x} = \lambda_{y} = 1, \lambda_{\omega} = 1, \lambda_{\alpha} = 1 \end{cases}$$

$$(30)$$

根据式(30)提供的各参数相似因子,计算得到原型和模型的具体参数见表3。

表3 原型与模型转子系统参数

类型	参数/单位	数值	类型	参数/单位	数值
原型	$m_{\rm p}/{ m kg}$	20	模型	$m_{\rm m}/{\rm kg}$	3.54
原型	$m_{ m cp}/{ m kg}$	5	模型	$m_{\rm cm}/{\rm kg}$	0.885
原型	$\Delta y_{ m p}/{ m mm}$	0.3	模型	$\Delta y_{\rm m}/{ m mm}$	0.3
原型	$\Delta l_{ m p}/{ m mm}$	0.3	模型	$\Delta l_{\rm m}/{ m mm}$	0.3
原型	$c_{\rm p}/{ m N}\cdot{ m sm}^{-1}$	1000	模型	$c_{\rm m}/{\rm N}\cdot{\rm sm}^{-1}$	760
原型	$k_{\rm p}/{ m Nm^{-3}}$	5×10^{6}	模型	$k_{\rm m}/{ m Nm^{-3}}$	8.55×10^{5}
原型	$e_{\rm p}/{ m mm}$	0.5	模型	$e_{\rm m}/{ m mm}$	0.5
原型	α/(°)	π/12	模型	$\alpha/(\circ)$	π/12

根据表3所列原型与模型转子系统参数,通过有限元方法建立原型与模型的转子系统动力学模型,分别计算600、1100 r/min 2种转速状态下的频谱和轴心轨迹如图6、7所示。





从图6、7中可见,模型与原型系统均存在2倍频, 且频谱和轴心轨迹都满足λ_a = 1、λ_x = λ_y = 1 的相似 关系,仿真结果符合设计要求,验证了相似设计方法 是正确的。转子系统不对中故障在动力学方程中主 要表现为存在不对中力,因此,所提出不对中故障复 现相似设计方法,其主要内容在于模型系统的结构参 数、材料参数和载荷参数的动力学相似设计。

4 试验验证

为了进一步验证所提出相似设计方法的实用性 和有效性,进行试验验证。基于动力学相似设计方法 设计2套试验系统分别如图8所示。2个试验台的1 阶固有频率设计值为36Hz,设一套为原型,另一套为 模型。试验过程中首先进行试转,通过调频器将电机 转速调至1500 r/min后缓慢降为零,然后再正式开展 试验。转子转速达到目标转速后稳定1 min之后再进 行数据采集。



试验台基本参数见表4。

通过垫高轴承底座模拟联轴器不对中,由于不对 中量和安装距离的相似因子 $\lambda_{\Delta x} = \lambda_{\Delta 1} = 1, 故 2$ 个试

表4 原	型和模型试验台参	数		
<i>全</i> 粉		数值		
<i>参</i> 奴	原型	模型		
转轴长度/mm	1100	772		
转轴直径/mm	38	19		
材料密度/(kg/m ³)	7890	7890		
长度相似因子 λ_l	0.707	0.707		
直径相似因子 λ_d	0.5	0.5		
固有频率相似因子 λ_{ω}	1	1		

验台的垫高比例相同。使用电涡流位移传感器分别 测试转子系统的水平和竖直方向位移,测点布置于联 轴器与转盘之间的转轴上,原型系统测点在距离转盘 左侧 100 mm 处,模型系统测点在距离转盘左侧 77 mm 处。分别对比 600、1100 r/min 2 种转速下的轴心 轨迹和频谱响应,如图 9、10 所示。



从图9、10中可见,模型与原型系统均存在2倍 频,模型与原型系统的轴心轨迹保持较高的相似度。 且频谱满足λ。=1的相似关系,验证了相似设计方法 的实用性和有效性。在实际应用中,首先选定相似模 型结构尺寸参数的缩比,然后在此基础上,基于动力 学方程和相似理论,开展模型系统结构简化设计,以 及材料参数、载荷参数和边界条件参数的相似关系确 定。从图9、10还可见,2个试验台的频谱与轴心轨迹 均存在较好的一致性,但由于试验台加工误差、装配 误差等原因,动力学特性很难保证完全一致,因此,对 于复杂系统需要对动力学相似关系进行修正。

5 结论

(1)采用方程分析法和量纲分析法相结合,对联 轴器不对中转子系统进行动力学相似分析,建立了联 轴器不对中转子系统的动力学相似关系。

(2)利用所建立的动力学相似关系,利用模型转 子系统试验结果预测了原型联轴器不对中故障,研究 了转子系统联轴器不对中的故障机理。

通过试验验证发现,研制动力学相似模型试验台 时,由于系统刚度与阻尼等一些复杂参数无法完全与 理论设计值保持一致,还容易受到支承刚度等因素的 影响,因此,实测位移响应会随着转速的提高与理论 值出现偏差。所以在设计较复杂的转子系统模型试 验台时,需要进一步分析响应的影响因素及其灵敏 度,并对响应相似因子进行修正。

参考文献:

[1] 夏松波,张新江.旋转机械不对中故障研究综述[J]. 振动、测试与诊断,1998,18(3):157-161.

XIA Songbo, ZHANG Xinjiang. A survey of research on misalignment of rotary machinery[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 1998, 18(3): 157-161. (in Chinese)

- [2] Jalan A K, Mohanty A R. Model based fault diagnosis of a rotor bearing system for misalignment and unbalance under steady-state condition[J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 327(3):604-622.
- [3] 罗忠,王晋雯,韩清凯,等.组合支承转子系统动力学的研究进展 [J].机械工程学报,2021,57(7):44-60.
- LUO Zhong, WANG Jinwen, HAN Qingkai, et al. Review on dynamics of the combined support-rotor system[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57(7):44-60. (in Chinese)
- [4] Sinha J K, Lees A W, Friswell M I. Estimating unbalance and misalignment of a flexible rotating machine from a single run-down[J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 272(3): 967–989.

- [5] Young Y L. Dynamic hydro-elastic scaling of self-adaptive composite marine rotors[J]. Composite Structure, 2010, 92:97–106.
- [6] Wu J J. Prediction of lateral vibration characteristics of a full-size rotor-bearing[J].Finite Elements in Analysis and Design, 2007, 43: 803– 816.
- [7] 殷杰,王艾伦,陈杰. 燃气轮机拉杆转子畸变相似问题研究[J]. 中国 机械工程,2013,24(22):3066-3070.

YIN Jie, WANG Ailun, CHEN Jie. Distortion similarity analysis of gas turbine rod-fastening rotors[J]. China Mechanical Engineering, 2013, 24(22):3066-3070. (in Chinese)

[8] 胡培民.大型转子弯曲振动的比例模型试验分析[J]. 机械研究与应用,1998,11(3):36-38.

HU Peimin. The scale model test analysis of large rotor with bending vibration[J]. Mechanical Research & Application, 1998, 11(3): 36–38. (in Chinese)

- [9] Sudhakar G N D S, Sekhar A S. Coupling misalignment in rotating machines: modelling, effects and monitoring[J]. Noise & Vibration Worldwide, 2009,40(1):17–39.
- [10] Patel T H, Darpe A K. Experimental investigations on vibration response of misaligned rotors[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2009, 23(7): 2236-2252.
- [11] 万召,荆建平,孟光,等.弹性联轴器不对中转子-轴承系统的非线 性动力特性及稳定性研究[J].振动与冲击,2012,31(24):20-25.
 WAN Zhao, JING Jianping, MENG Guang, et al. Nonlinear dynamic behaviors and stability of a rotor-bearing system with flexible cou-

pling misalignment[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31 (24):20-25. (in Chinese)

- [12] Hili M A, Fakhfakh T, Haddar M. Failure analysis of a misaligned and unbalanced flexible rotor[J]. Journal of Failure Analysis and Prevention, 2006,6(4):73-82.
- [13] Qin Z Y, Yan S Z, Chu F L. Influence of clamp band joint on dynamic behavior of launching system in ascent flight[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2014, 228(1):97–114.
- [14] Yao M H, Chen Y P, Zhang W. Nonlinear vibrations of blade with varying rotating speed[J]. Nonlinear Dynamics, 2012, 68(4): 487– 504.
- [15] 陈果,李兴阳. 航空发动机整机振动中的不平衡-不对中-碰摩耦 合故障研究[J]. 航空动力学报, 2009, 24(10): 2277-2284. CHEN Guo, LI Xingyang. Study on imbalance-misalignment-rubbing coupling faults in aeroengine vibration[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(10): 2277-2284. (in Chinese)
- [16] Sekhar A S, Prabhu B S. Effects of coupling misalignment on vibrations of rotating machinery[J]. Journal of Sound and Vibration, 1995, 185(4):655–671.
- [17] Li L, Luo Z, He F X, et al. An improved partial similitude method for dynamic characteristic of rotor systems based on levenberg-marquardt method [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2022, 165(2):108405.

(编辑:程 海)