基于ITD和SVD的振动信号特征提取

武　鹏[1]，于明月[2]
（1.中国航发沈阳发动机研究所，沈阳 110015；2.沈阳航空航天大学 自动化学院，沈阳 100136）

摘要：针对在含有大量气动噪声和结构噪声的机匣振动信号中提取故障特征的航空发动机轴承故障诊断的关键问题，提出一种基于本征时间尺度分解（ITD）和奇异值分解（SVD）相结合的故障诊断方法。通过对在发动机外机匣测得的时域振动信号进行ITD预处理，获取了对应的固有旋转（PR）分量，实现了振动信号中包含的故障特征的凸显；对各分量信号的时域信号通过系统延迟法构建Hankel矩阵，并基于奇异值分解的奇异值差分谱方法进行降噪，以滤除噪声干扰，提取相对微弱的故障特征信息；选取包含故障信息丰富的降噪后的PR分量用于信号重构，通过希尔伯特包络解调谱对重构信号进行特征提取，用于识别故障类型。将此方法用于航空发动机轴承故障诊断，验证了其有效性。

关键词：本征时间尺度分解；Hankel 矩阵；奇异值分解；希尔伯特包络解调谱；故障诊断
中图分类号：V263.6　　**文献标识码：**A　　doi：10.13477/j.cnki.aeroengine.2025.06.011

Vibration Signal Feature Extraction Based on ITD and SVD

WU Peng[1], YU Ming-yue[2]
（1. AECC Shenyang Engine Research Institute, Shenyang 110015;
2. School of Automation, Shenyang Aerospace University, Shenyang 100136）

Abstract: To address the critical challenge of extracting fault features from the casing vibration signals contaminated by significant aerodynamic and structural noise in aeroengine bearing fault diagnosis, a fault diagnosis method integrating intrinsic time-scale decomposition (ITD) and singular value decomposition (SVD) is proposed. The method begins by applying ITD to preprocess time-domain vibration signals measured from the outer casing, obtaining proper rotation (PR) components to highlight the fault features contained in the vibration signals. A Hankel matrix is constructed using the system delay method for the time-domain signals of each component signal, and noise reduction is performed based on the singular value difference spectrum calculated by SVD to filter noise interference and extract weak fault characteristic information. The denoised PR components, which include rich fault information, are selected for signal reconstruction, and fault feature extraction of reconstructed signals is carried out by Hilbert envelope demodulation spectrum for fault type identification. The effectiveness of the proposed method was verified through its application to aeroengine bearing fault diagnosis.

Key words: intrinsic time-scale decomposition (ITD); Hankel matrix; singular value decomposition(SVD); Hilbert envelope demodulation spectrum; fault diagnosis

0　引言

航空发动机的转子、轴承等核心部件安装于机匣内部由薄壁件组成的承力结构中，由于受发动机本身结构及安装条件的限制，通常只能根据从发动机外机匣获得的振动信号对各零、部件运行状态进行监测。轴承故障信息从轴承到振动传感器间传递路径的不确定性、信号能量在传递过程中的衰减和畸变，使轴承故障特征在机匣测得的振动信号中表现得更加复杂，常常淹没在噪声或正常状态的信息中，难以准确辨识。

机匣振动测点感受到的轴承故障信号为弱冲击信号，具有非平稳、突变性和低信噪比等特点。为了能够获取有效反映轴承运行状态的敏感信息，多种针对非平稳信号的时频分析方法被应用到轴承故障诊断领域。潘祥[1]研究了短时傅里叶变换（Short Time Fourier Transform，STFT）方法在故障诊断中的应用，

收稿日期：2023-04-18　　**基金项目：**航空动力基础研究项目资助
作者简介：武鹏（1979），男，硕士，高级工程师。

引用格式：*武鹏，于明月. 基于ITD和SVD的振动信号特征提取[J]. 航空发动机，2025，51(6)：94-100. WU Peng, YU Mingyue. Vibration signal feature extraction based on ITD and SVD[J]. Aeroengine, 2025, 51(6): 94-100.*

该方法效率高，但分析窗口大小固定，无法同时满足频率分辨率和时间分辨率；程军圣等[2]经实践验证判断小波分析由于需要人为指定小波基函数，无法表征出信号的局部特征，逐渐被自适应时频分析方法所取代；Cheng 等[3]和 Huang 等[4]采用经验模态分解（Empirical Mode Decomposition，EMD）方法，通过将信号分解成多个基本模式分量的方式实现了信号自适应分解，但其分解结果中存在的模态混叠、端点效应、过包络和欠包络等问题降低了信号分析的准确性；Yang 等[5]采用的本征时间尺度分解（Intrinsic Time-Scale Decomposition，ITD）不仅具有以往时频分析方法优势，在抑制端点效应、分解效率等方面都明显优于EMD等方法，可有效地将机匣振动信号分解为若干固有旋转分量（Proper Rotation Component，PRC），从而反映信号中的特征信息。奇异值分解（Singular Value Decomposition，SVD）因其显著的降噪效果，被广泛应用于故障诊断等领域。吕志民等[6]采用SVD降噪方法，实现了对用传统的基于不同噪声和信号频谱分布的降噪方法很难去除的宽带随机噪声的抑制；谢俐等[7]应用在奇异值分解的基础上推导出的奇异值差分谱方法描述特征信号和噪声的奇异值的本质差异，通过奇异值差分谱突变点选择有效奇异值数进行信号重构，可降低噪声干扰。以上方法存在计算复杂、信号解析准确性差等问题。

基于此，本文提出了一种基于ITD和SVD进行振动信号特征提取的轴承故障诊断方法。

1　本征时间尺度分解ITD

Frei 等[8]提出的本征时间尺度分解（ITD）方法，通过将待分解的非平稳信号分解成一系列的固有旋转分量（PRC）和1个单调的趋势分量之和的方式，提取各层PRC的时频信息。安金坤等[9]采用该方法对非平稳信号的时频特性进行精确有效地分析。

对于非线性非平稳信号 X_t，定义 μ 为基线提取因子，则信号 X_t 的1次ITD分解为

$$X_t = \mu X_t + (1-\mu)X_t = L_t + H_t \cdots \tag{1}$$

式中：L_t 为基线分量；H_t 为待提取的PRC。

对于信号第 k 个极值点 X_k 及其对应时刻 τ_k，则有

$$L_t = \mu_k + \left(\frac{\mu_{k+1}-\mu_k}{X_{k+1}-X_k}\right)(X_t - X_k) \tag{2}$$

$$\mu_{k+1} = \gamma\left[X_k + \left(\frac{\tau_{k+1}-\tau_k}{\tau_{k+2}-\tau_k}\right) \cdots \times (X_{k+2}-X_k)\right] + (1-\gamma)X_{k+1} \tag{3}$$

式中：γ 为控制提取固有旋转分量幅值的增益控制参数，$0<\gamma<1$，本文取 $\gamma = 0.5$。

对应的待提取PRC为

$$H_t = (1-\mu)X_t = X_t - L_t \tag{4}$$

将基线信号 L_t 视为原始信号，重复式（2）~（4），若所获得的信号满足为单调函数或小于设定的阈值条件则停止分解。

原始振动信号经ITD后的表达式为若干固有旋转分量与最终剩余趋势分量的和

$$X_t = H_t^1 + H_t^2 + \cdots + H_t^n + L_t^n \tag{5}$$

2　奇异值分解与奇异值差分谱降噪

奇异值分解（SVD）降噪方法是一种基于矩阵奇异值分解理论的非线性滤波方法。

采集得到的数字信号和分解得到的分量信号均为离散数据序列，胡晓依等[10]和胥永刚等[11]采用系统延迟法将其构造成为Hankel矩阵。

设有离散数据序列 $X = x_1, x_2, \ldots, x_N$，则其对应的Hankel矩阵为

$$H = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ x_2 & x_3 & \cdots & x_{n+1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{N-n+1} & x_{N-n+2} & \cdots & x_N \end{bmatrix} \tag{6}$$

式中：$1<n<N$，H 为重构的吸引子轨迹矩阵。

令 $m=N-n+1$，则有 $H \in R^{m\times n}$，对于实矩阵 H，不管其行列是否相关，都存在一对正交矩阵 U 和 V 使得 $H = USV^t$，式中，S 为对角线元素由大至小排列的主奇异值组成的 $m \times n$ 维对角矩阵。因系统延迟法构造的Hankel矩阵中，后一行比前一行滞后1个数据点，对于理想信号所构造的Hankel矩阵是一种病态矩阵，矩阵中相邻的行具有高度的相关性。这种病态矩阵的前几个奇异值相对较大，后面的奇异值都近似于零，奇异值在矩阵的秩所对应的点处发生突变。而对含噪声的信号，Hankel矩阵中尽管前后2行也滞后1个数据点，但却互不相关，是良态满秩矩阵。赵学智等[12]通过试验和仿真验证了对于含噪信号构造的Hankel矩阵，若奇异值总数为 q，则有后面的 $q-k$ 个奇异值明显小于前 k 个奇异值，也就是说奇异值在第 $k+1$ 个点发生突变，而前 k 个奇异值就代表了要提取的

目标特征信号。由于1个奇异值对应着1个特征分量信号，因此只要选择前面k个分量进行简单的叠加，就可获得降低了噪声的信号。张波等[13-15]采用的奇异值差分谱方法通过相邻主奇异值之间的变化情况，反映了信号和噪声之间的差异，可以通过奇异值差分谱方法找到奇异值突变点，然后利用有效的奇异值按奇异值分解的逆过程重构信号，即可获得去除噪声后的故障特征信号。

3 ITD与SVD结合的信号特征提取

基于ITD和SVD结合的诊断方法首先将机匣测点振动信号进行ITD处理，得到几个不同频段的分量；然后对分量进行SVD，按求得的差分谱选择奇异值数，进行分量信号重构，从而实现单一分量信号的降噪；通过对降噪后的分量信号的希尔伯特包络谱分析，寻找到单一频段对应的故障特征频率；最后，选取降噪后包含故障特征较丰富的分量信号进行信号重构，通过重构信号的希尔伯特包络谱分析进行更为准确的故障识别。基于ITD与SVD结合的故障特征提取流程如图1所示。

图1 基于ITD与SVD结合的故障特征提取流程

具体故障特征提取步骤如下：

(1)依据ITD对信号进行分解，得到不同频段的分量(PRC)；

(2)对包含信号特征的各分量，构建其对应的Hankel矩阵，并进行SVD分解，求得奇异值差分谱；

(3)按奇异值差分谱重构分量信号，并进行希尔伯特包络解调；

(4)提取包络谱中故障特征信息，进行单一分量下的故障特征识别；

(5)依据降噪后包含故障特征较丰富的分量信号进行信号重构，并通过对重构信号的希尔伯特包络谱分析进行故障综合诊断。

4 仿真与试验验证

通过模拟信号与试验器轴承故障数据进行算法验证。

4.1 模拟信号

为验证ITD与SVD结合的信号特征提取效果，参考模拟调制信号

$$x(t)=(1+0.5t)\sin(120\pi t+30\pi t^2)+\sin 40\pi t \quad (7)$$

信号$x(t)$由1个调幅调频信号和1个正弦信号叠加而成，其波形如图2所示。对图2信号依据ITD与提出的ITD+SVD方法进行处理，结果如图3所示。

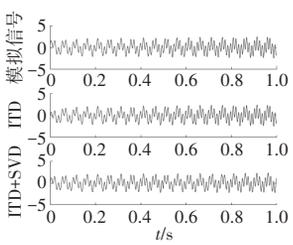


图2 模拟信号及重构信号

郑近德等[16]对式(7)所得信号进行EMD处理，结果与图3的相同，但因EMD方法采用3次样条曲线拟合方式分解，其时间及计算过程迭代次数要多于使用式(2)和式(3)进行线性拟合的ITD方法。

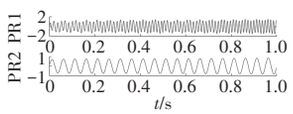


图3 模拟信号分解结果

将式(7)生成信号作为原始信号，将添加随机噪声后的信号视为仿真信号，进行特征提取和重构，仿真信号重构和分解结果如图4、5所示。

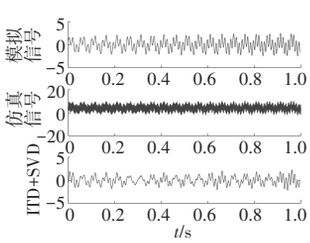


图4 仿真信号重构结果

将图4中ITD+SVD方法对应的图形与原始信号及仿真信号进行对比可见，ITD+SVD有效滤除了仿真信号中的噪声分量，降噪后信号与原始信号具有非常理想的相似性。

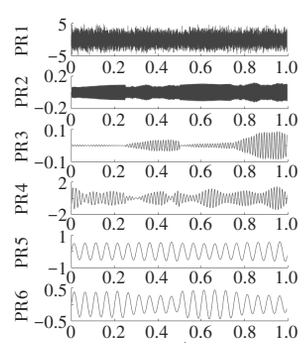


图5 仿真信号分解结果

4.2 试验器轴承故障振动信号

选择Smith等[17]在美国西储大学滚动轴承故障试验所得数据进行试验分析，试验系统如图6所示。试验系统的电机转速为1730 r/min，采样频率为12000 Hz。该工况下驱动端轴承工作状态及由经验公式推导出的特征频率见表1。

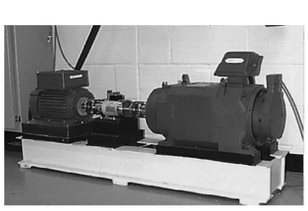


图6 试验装置系统

随机选取的1组振动信号时域波形和希尔伯特包络谱如图7、8所示。

表1　试验器驱动端轴承特征频率

特征标识	特征	频率/Hz
f_1	内环转动频率	28.833
f_2	外环转动频率	0
f_3	保持架转动频率	11.484
f_4	滚动体转动频率	135.91
f_5	滚动体与外环故障特征频率	103.36
f_6	滚动体与内环故障特征频率	156.14

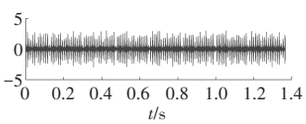


图7　振动信号时域波形

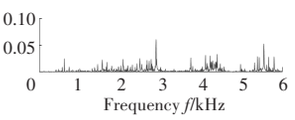


图8　振动信号希尔伯特包络谱

从图8中可见,信号中包含大量频率成分,难以准确提取故障特征信息。

选取图7对应的数据,依据本文提出的方法进行分析。即对图7中振动信号依据ITD和SVD进行降噪后,对所得各分量进行希尔伯特包络解调,结果如图9、10所示。

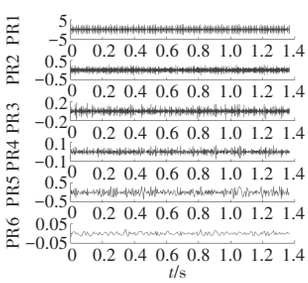


图9　ITD分解和SVD降噪后各分量信号时域

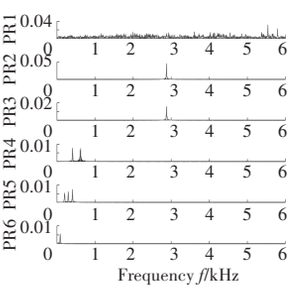


图10　图9中各分量信号的希尔伯特包络解调谱

从图10中可见,PR1分量的频率分量遍布整个频段,特征频率不突出;PR2～PR6分量存在比较典型突出的频率成分。因此选取降噪后PR2～PR6分量,对信号进行重构,重构信号及重构信号的希尔伯特包络解调谱如图11、12所示。为对特征频率进行准确分析,图12中典型频率见表2。

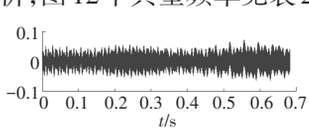


图11　重构信号波形

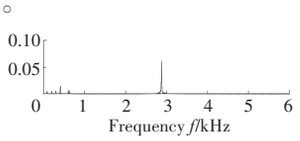


图12　重构信号希尔伯特包络谱

在重构信号的希尔伯特包络谱中存在多个与f_5相关的倍频成分,包括:93.75、205.1、304.7、416和627 Hz。从而实现了故障的准确识别。

表2　典型频率成分

频率/Hz	对应特征频率组成	频率/Hz	对应特征频率组成
93.75	f_5-f_3	416	f_5×4
205.1	f_5×2	627	f_5×6
304.7	f_5×3	2883	f_1×100

依据本文提出的ITD与SVD相结合的方法,在减小噪声的同时进一步凸显了特征频率,实现了轴承故障特征频率的准确提取与轴承故障类型的准确识别。

5　信号故障特征提取实例

将基于ITD和SVD结合的诊断方法分别应用于正常轴承和故障轴承支承下的发动机同一机匣测点信号进行特征提取。航空发动机转子及支承系统动力学模型如图13所示。利用安装于后机匣的加速度传感器监测中介轴承运转状况,测试数据采样率为16384 Hz。

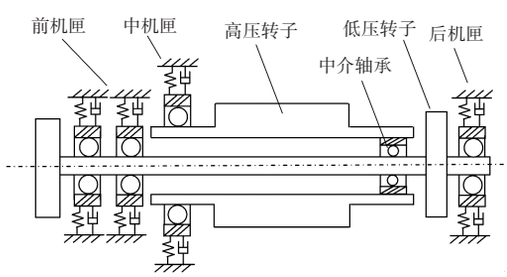


图13　航空发动机转子及支承系统动力学模型

5.1　正常轴承支承机匣振动信号特征提取

选取正常轴承支承工作状态下测得振动响应数据,该工况下轴承工作状态及由经验公式推导出的特征频率见表3。

表3　正常模式工况特征频率

特征标识	特征	频率/Hz
f_1	内环转动频率	66.3
f_2	外环转动频率	217.7
f_3	保持架转动频率	148.4
f_4	滚动体转动频率	888.6
f_5	滚动体与外环故障特征频率	1940.4
f_6	滚动体与内环故障特征频率	2298.8

在正常工作状态下,振动信号时域波形如图14所示。对图14进行希尔伯特包络解调分析,如图15所示。从图15中可见,频谱中频率分量复杂,遍布于整个频带,且无明显的特征频率分量。

采用文中提出方法对图14信号经过ITD、SVD处

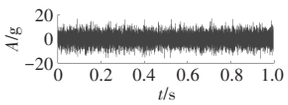


图14 原始信号时域波形-正常轴承支承

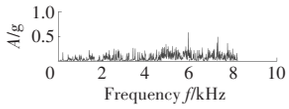


图15 原始信号希尔伯特包络解调谱-正常轴承支承

理,获得的分量信号时域如图16所示。对图16对应的分量信号分别进行希尔伯特包络解调分析,结果如图17所示。

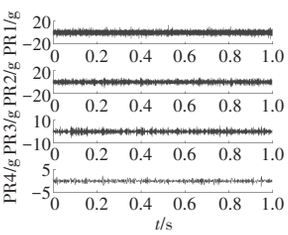


图16 原始信号降噪后分量信号时域波形-正常轴承支承

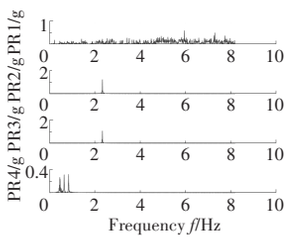


图17 降噪后分量信号希尔伯特包络解调谱-正常轴承支承

从图17中频谱成分发现,PR1分量仍存在大量频率信息,频率分量遍布整个频段,特征频率不突出;PR2~PR4分量存在比较典型的频率成分。因此选取降噪后PR2~PR4对信号进行重构。重构信号时域波形及其对应的希尔伯特包络解调谱如图18、19所示。重构信号频谱中频率成分见表4。

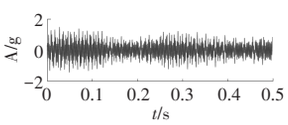


图18 重构信号时域波形-正常轴承支承

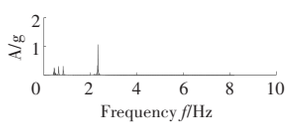


图19 重构信号希尔伯特包络谱-正常轴承支承

表4 正常模式实测频率成分

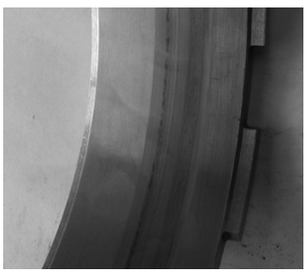
频率/Hz	对应特征频率组成
456	$(f_2-f_1)\times3$
648	$f_2\times3$
840	$456\times2-f_1$
2336	$(456+648)\times2+f_1\times2$

分析图5.7及表4发现,在重构信号的频谱中只包含表4所列4个典型频率成分。这4个频率分量均只与内、外环转动频率相关,而与滚动体和保持架等轴承故障特征频率无关。

5.2 故障轴承支承机匣振动信号特征提取

选取因长时间工作导致轴承外环与滚动体损伤的故障轴承,损伤形貌如图20所示。

选取故障轴承支承条件下测得机匣振动响应数据,该工况下轴承工作状态及由经验公式推导出的故障特征频率见表5。



(a) 发动机测点位置振动

(b) 发动机测点功率谱密度

图20 轴承外环与滚动体损伤形貌

表5 故障模式工况特征频率

特征标识	特征	频率/Hz
f_1	内环转动频率	63.5
f_2	外环转动频率	221.0
f_3	保持架转动频率	148.9
f_4	滚动体转动频率	924.8
f_5	滚动体与外环故障特征频率	2018.8
f_6	滚动体与内环故障特征频率	2391.2

轴承故障发生后,原始振动信号时域波形和希尔伯特包络解调谱如图21、22所示。

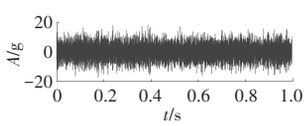


图21 原始信号时域波形-故障轴承支承

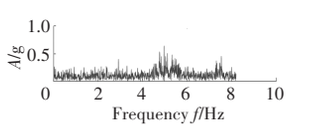


图22 原始信号希尔伯特包络解调谱-故障轴承支承

从图22中可见,其与轴承正常工作情况下相似,信号中包含大量频率成分,难以分辨。

对图21对应的数据,采用本文提出的方法进行分析。即ITD和SVD降噪后,对所得各分量进行希尔伯特包络解调,结果如图23、24所示。

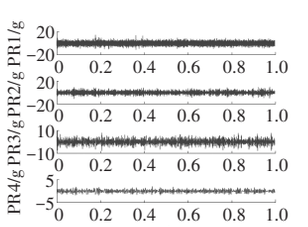


图23 原始信号降噪后分量信号时域波形-故障轴承支承

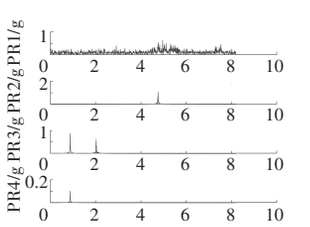


图24 降噪后分量信号希尔伯特包络解调谱-故障轴承支承

从图24中可见,PR2-PR4分量信号解调结果中频率成分显著减少。因此,依据降噪后PR2-PR4分量信号,进行信号重构。重构信号时域波形如图25所示,重构信号希尔伯特包络谱如图26所示。

从图26中可见,重构信号的希尔伯特包络解调

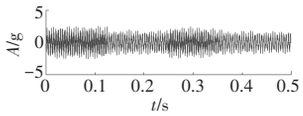


图25　重构信号时域波形-故障轴承支承

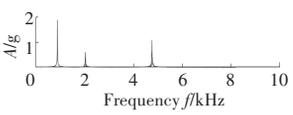


图26　重构信号希尔伯特包络解调谱-故障轴承支承

谱中仅包含3个频率成分:888、2024和4760 Hz,其中2024 Hz对应滚动体与外环故障特征频率,详见表6。

依据本文提出的ITD与SVD相结合的方法,在减小噪声的同时进一步凸显了特征频率,实现了轴承故障特征频率的准确提取与轴承故障类型的准确识别。

表6　故障模式实测频率成分

频率/Hz	对应特征频率组成
888	f_2×4
2024	f_5
4760	(2024+f_1×2+f_2)×2

6　结论

(1)采用ITD方法可以实现对航空发动机振动信号的预处理。可以将振动信号分解为具有实际物理意义的PR分量,实现了故障信息的分离;依据基于SVD的奇异值差分谱分析方法,实现了对分解后分量信号的降噪;依据选取的分量信号的重构信号进一步凸显了故障特征信息。

(2)通过正常工况与轴承故障工况提取出的信号的特征对比,验证了本文方法可有效地提取出轴承故障冲击特征频率,利用机匣测点振动信号实现了轴承故障类型的准确判断识别。

参考文献:

[1] 潘祥.基于振动信号的航空发动机微弱复合故障诊断研究[D].沈阳:沈阳航空航天大学,2020.
PAN Xiang. Research on fault diagnosis of weak compound aircraft engine based on vibration signal[D]. Shenyang: Shenyang Aerospace University, 2020.(in Chinese)

[2] 程军圣,马兴伟,杨宇.基于VPMCD和EMD的齿轮故障诊断方法[J].振动与冲击,2013,32(20):9-13.
CHENG Junsheng, MA Xingwei, YANG Yu. Gear fault diagnosis method based on VPMCD and EMD[J].Journal of Vibration and Shock, 2013,32(20):9-13.(in Chinese)

[3] Cheng J S, Ma X W, Yang Y. Gear fault diagnosis method based on VPMCD and EMD [J].Journal of Vibration and Shock, 2013,32(20): 9-13.

[4] Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. The empirical mode decomposition and the hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis [J]. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences,1998,454(1971):903-995.

[5] Yang Y, Pan H Y, Ma L, et al. A roller bearing fault diagnosis method based on the improved ITD and RRVPMCD [J]. Measurement, 2014, 55(29): 255-264.

[6] 吕志民,张武军,徐金梧.基于奇异谱的降噪方法及其在故障诊断技术中的应用[J].机械工程学报,1999,35(3):85-88.
LYU Zhimin, ZHANG Wujun, XU Jinwu. A noise reduction method based on singular spectrum and its application in machine fault diagnosis[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 1999, 35(3):85-88.(in Chinese)

[7] 谢俐,杨乐.基于局部特征尺度分解和奇异值差分谱的滚动轴承故障诊断方法[J].机械设计与研究,2017,33(4): 82-85.
XIE Li, YANG Le. Fault diagnosis method of rolling bearing based on local characteristic-scale decomposition and singular value difference spectrum[J]. Machine Design and Research, 2017,33(4): 82-85.(in Chinese)

[8] Mark G F, Ivan O. Intrinsic time-scale decomposition: time-frequency-energy analysis and real time filtering of non-stationary signals [J]. Proceeding of The royal Society A, 2007, 463: 321-342.

[9] 安金坤,田斌,孙永军,等. 一种基于ITD算法的直扩信号检测算法[J]. 电子与信息学报,2010,32(5) : 1178-1182.
AN Jinkun, TIAN Bin, SUN Yongjun, et al. An algorithm for direct sequence spread spectrum signal detection based on intrinsic time-scale decomposition[J]. Journal of Electronics & Information Technology,2010,32(5) : 1178-1182.(in Chinese)

[10] 胡晓依,何庆复,王华胜.于SVD降噪和STFT解调方法的轴承故障检测[J].中国铁道科学,2008,29(3):95-100.
HU Xiaoyi, HE Qingfu, WANG Huasheng. Rolling bearing fault detection based on SVD denoising and STFT demodulation method [J], China Railway Science, 2008,29(3):95-100.(in Chinese)

[11] 胥永刚,孟志鹏,陆明,等.基于双树复小波和奇异差分谱的齿轮故障诊断研究[J].振动与冲击,2014,33(1):11-16.
XU Yonggang, MENG Zhipeng, LU Ming, et al. Gear fault diagnosis based on dual-tree complex wavelet transform and singular value difference spectrum[J].Journal of Vibration and Shock,2014,33(1):11-16.(in Chinese)

[12] 赵学智,叶邦彦,陈统坚. 奇异值差分谱理论及其在车床主轴箱故障诊断中的应用[J]. 机械工程学报,2010,46(1):100-108.
ZHAO Xuezhi, YE Bangyan, CHEN Tongjian. Difference spectrum theory of singular value and its application to the fault diagnosis of headstock of lathe [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(1):100-108.(in Chinese)

[13] 张波,李健君.基于Hankel矩阵与奇异值分解(SVD)的滤波方法以及在飞机颤振试验数据预处理中的应用[J],振动与冲击,2009,28(2):162-166.
ZHANG Bo, LI Jianjun. Denoising method based on Hankel matrix and SVD and its application in flight flutter testing data preprocessing [J]. Journal of Vibratio and Shock, 2009, 28(2): 162-166.(in Chinese)

[14] 刘佳音，于晓光，王琦，等.基于Hankel矩阵与奇异值分解降噪方法的齿轮故障诊断研究[J].机床与液压，2018，46(1)：158-162.
LIU Jiayin，YU Xiaoguang，WANG Qi，et al. Research of fault diagnosis for gear based on Hankel matrix and singular value decomposition denoising method[J]. Machine To0l & Hydraulics，2018，46(1)：158-162.(in Chinese)

[15] 杨望灿，张培林，王怀光，等.基于奇异值差分谱与改进包络分析的轴承故障特征提取[J].轴承，2013，5(1)：49-53.
YANG Wangcan，ZHANG Peilin，WANG Huaiguang，et al. Bearing fault feature extraction based on difference spectrum of singular value and improved envelope analysis[J]. Bearing，2013，5(1)：49-53.(in Chinese)

[16] 郑近德，程军圣，杨宇.基于改进的ITD和模糊熵的轴承故障诊断方法[J].中国机械工程，2012，29(19)：2372-2377.
ZHENG Jinde，CHENG Junsheng，YANG Yu. A rolling bearing fault diagnosis method based on improved itd and fuzzy entropy[J]. China Mechanical Engineering，2012，29(19)：2372-2377.(in Chinese)

[17] Wade A S，Robert B R. Rolling element bearing diagnostics using the case western reserve university data：a benchmark study[J]. Mechanical Systems and Signal Processing，2015(64-65)：100-131.

(编辑：程 海)