

GH4169 合金多轴热机械粘塑性本构模型及验证

毛有胜¹, 李桐¹, 贾文斌^{1,2}, 李鑫¹, 刘飞龙¹, 方磊¹

(1. 南京航空航天大学 能源与动力学院, 南京 210016; 2. 浙江大学 能源工程学院, 杭州 310027)

摘要: 为了更加精确地描述 GH4169 合金的多轴热机械力学行为, 以 Chaboche 粘塑性本构模型为基础, 引入了 Lemaitre 损伤模型、基于临界面理论的非比例强化因子和粘塑性势函数修正系数, 提出建立了一种适用于 GH4169 合金的多轴热机械疲劳粘塑性本构模型, 来描述材料的循环软化、非比例硬化和非玛辛效应, 并给出了本构模型各参数的获取方法。采用此本构模型, 对 GH4169 合金的多轴和热机械力学行为进行了模拟研究, 结果表明: 在 20 °C 时, 分别对轴向加载、扭转加载、比例加载、45° 非比例加载以及 90° 非比例加载这 5 种加载条件下的第 200 次循环的迟滞回线进行模拟, 轴向的应力峰谷值均与试验值结果吻合; 在 650 °C 时, 模拟比例加载、45° 非比例加载和 90° 非比例加载这 3 种加载条件下的第 200 次循环的迟滞回线, 结果与试验值基本吻合, 证明了建立的模型适用于高温条件; 模拟 300 °C、550 °C 和 650 °C 这 3 种温度下的单轴轴向加载和圆形路径加载的迟滞回线, 结果与试验值基本吻合; 模拟同相位与反相位加载条件下的第 200 次循环迟滞回线, 修正后的本构模型的模拟值与试验值吻合良好。

关键词: GH4169; 多轴疲劳; 热机械疲劳; Chaboche 模型; Lemaitre 损伤模型; 临界面理论; 粘塑性势函数修正系数

中图分类号: V231.95

文献标识码: A

doi: 10.13477/j.cnki.aeroengine.2024.03.024

Multiaxial Thermo-mechanical Viscoplastic Constitutive Model and Verification of GH4169 Alloy

MAO You-sheng¹, LI Tong¹, JIA Wen-bin^{1,2}, LI Xin¹, LIU Fei-long¹, FANG Lei¹

(1. College of Energy and Power Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. College of Energy Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: In order to describe the multiaxial thermo-mechanical behavior of GH4169 alloy more accurately, based on the Chaboche viscoplastic constitutive model, by introducing the Lemaitre damage model, the non-proportional strengthening factor based on critical plane theory, and the viscoplastic potential function correction coefficient, a multiaxial thermo-mechanical fatigue viscoplastic constitutive model suitable for GH4169 alloy was proposed to describe cyclic softening, non-proportional hardening, and non-Masing behavior of the material, and the method for obtaining the parameters of the constitutive model was provided. This constitutive model was used to simulate the multiaxial and thermo-mechanical behavior of GH4169 alloy. The results show that at 20 °C, for the simulations of the hysteresis loops of the 200th cycle under five loading conditions (axial loading, torsional loading, proportional loading, 45 ° non-proportional loading, and 90 ° non-proportional loading), the results of the axial stress peaks and valleys are consistent with the experimental results; at 650 °C, for the simulation of the hysteresis loops of the 200th cycle under three loading conditions (proportional loading, 45 ° non proportional loading, and 90 ° non proportional loading), the results are basically consistent with the experimental results, proving that the established model is suitable for high temperature conditions; for the simulations of the hysteresis loops of uniaxial axial loading and circular path loading at 300 °C, 550 °C, and 650 °C, the results are basically consistent with the experimental values; for the simulations of the hysteresis loops of the 200th cycle under in-phase and antiphase loading conditions, the simulated values of the corrected constitutive model are in good agreement with the experimental values.

Key words: GH4169; multiaxial fatigue; thermo-mechanical fatigue; Chaboche model; Lemaitre damage model; critical plane theory; viscoplastic potential function correction coefficient

0 引言

镍基高温合金 GH4169 因其优异的高温力学性

能广泛地应用于航空发动机高温部件, 该类高温部件的实际工况为多轴热机械循环载荷。随着现代航空发动机性能的进一步提高, 如何有效的提高其高温部

收稿日期: 2022-09-23 基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金(1002/DLJ2102301)资助

作者简介: 毛有胜(1999), 男, 在读博士研究生。

引用格式: 毛有胜, 李桐, 贾文斌, 等. GH4169 合金多轴热机械粘塑性本构模型及验证[J]. 航空发动机, 2024, 50(3): 160-168. MAO Yousheng, LI Tong, JIA Wenbin, et al. Multiaxial thermo-mechanical viscoplastic constitutive model and verification of GH4169 alloy[J]. Aeroengine, 2024, 50(3): 160-168.

件材料的服役寿命成为了航空发动机的核心技术之一。因此对多轴和热机械循环载荷下的GH4169本构模型和疲劳寿命模型进行研究具有重要的意义^[1]。

建立可靠的本构模型是准确预测材料疲劳行为的必要条件。Chaboche^[2]在经典塑性力学屈服函数概念上,对于粘塑性本构模型引入热力学意义的粘塑性势函数来定义非弹性应变率和应力状态的关系。热机械疲劳本构模型多以等温疲劳试验数据为基础,通过拟合等温材料参数来得到材料参数关于温度的函数,以表征材料的热机械疲劳力学行为。国内外学者在等温疲劳试验数据的基础上,对本构模型进行改进,使其适用于特定材料。Rémy等^[3]改进了流动法则,并利用位错模型表征静态恢复效应建立了适用于F17TNb不锈钢的热机械疲劳本构模型;Hu等^[4]考虑了蠕变行为,将Rabotnov-Kachano准则引入Chaboche模型,对DZ125定向凝固合金的热机械疲劳行为进行了研究;Sun等^[5]将非比例硬化项作为各向同性硬化项的附加项,引入Ohno-Wang粘塑性本构模型,建立了适用于Inconel718的热机械疲劳本构模型;徐涛等^[6]在晶体塑性理论的基础上,提出了一种适用于镍基单晶高温合金的热机械疲劳本构模型,并采用该模型研究单晶材料不同晶体取向的热机械疲劳力学响应;张克实^[7]提出了一种较为简便的确定模型参数的方法,对TiAl材料在不同应变率下的粘塑性变形、不同应力水平下的单轴蠕变和CT试样在阶梯载荷下的蠕变进行了数值模拟分析;徐可君^[8]基于涡轮盘实际使用中的变幅脉冲循环,将应变幅值记忆项引入Chaboche本构方程;以已有试验结果为基础,应用量子遗传算法优化得到改进的本构方程各参数。

从目前的研究来看,几乎没有能同时描述材料的多轴和热机械疲劳行为本构模型。本文基于Chaboche粘塑性本构模型,引入了Lemaitre损伤模型、基于临界面理论的非比例强化因子和粘塑性势函数修正系数,建立了一种适用于GH4169合金能同时描述材料多轴和热机械疲劳行为的粘塑性本构模型。

1 粘塑性本构模型

1.1 Chaboche粘塑性本构模型

Chaboche粘塑性本构模型假设材料在加载过程中服从小变形假设,则总应变率 $\dot{\epsilon}_{ij}$ 可以写成弹性应变率 $\dot{\epsilon}_{ij}^e$ 和塑性应变率 $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ 之和。此模型^[2]主要由流动法

则,运动方程与内变量演化方程3部分组成。

Chaboche粘塑性本构模型采用经典Prandtl-Reuss^[10]法则,假设流动法则与Von Mises屈服函数相关。在1维应力空间中,利用Armstrong-Frederick^[11]方程,随动硬化内变量为

$$\dot{X} = ca\dot{\epsilon}^p - cX\dot{p} \quad (1)$$

$$\dot{p} = \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\epsilon}_{ij}^p \dot{\epsilon}_{ij}^p \quad (2)$$

将随动硬化分量分为多个分量,每个硬化分量均服从相同的演化规律

$$\dot{X}_{k,ij} = c_k a_k \dot{\epsilon}_{ij}^p - c_k X_{k,ij} \dot{p} \quad (3)$$

则总随动硬化规律为

$$\dot{X}_{ij} = \sum_{k=1}^n \dot{X}_{k,ij} \quad (4)$$

本文选择 $n=2$ 。 $k=1$ 时表示应力在小塑性阶段时的迅速变化, $k=2$ 时表示应力在大塑性变形过程中的缓慢变化。

在主应力空间内各向同性硬化变量和随动硬化变量对屈服面的影响如图1所示。

1.2 Lemaitre损伤模型

为了在粘塑性本构理论中引入损伤,将加载函数(或称为屈服函数)写成以下形式^[12]

$$F = J_2(\tilde{\sigma}_{ij} - X_{ij}) - k_0 - R \quad (5)$$

总结含损伤粘塑性本构模型方程组如下

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^p \\ \tilde{\sigma}_{ij}^D = \frac{\sigma_{ij}^D}{1-D} \\ f = J_2(\tilde{\sigma}_{ij} - X_{ij}) - k_0 - R \\ \dot{\epsilon}_{ij}^p = \frac{3}{2} \left(\frac{J_2(\tilde{\sigma}_{ij} - X_{ij}) - k_0 - R}{K} \right)^n \left(\frac{\tilde{\sigma}'_{ij} - X'_{ij}}{J_2(\tilde{\sigma}_{ij} - X_{ij})} \right) \\ \dot{R} = b(Q - R)(1 - D)\dot{p} \\ \dot{X}_{ij} = ca\dot{\epsilon}_{ij}^p(1 - D) - cX_{ij}(1 - D)\dot{p} \end{cases} \quad (6)$$

损伤率 \dot{D} 可由能量耗散方程表示为

$$\dot{D} = -\frac{\partial F_D}{\partial Y} \quad (7)$$

根据理论分析和试验验证,Lemaitre和Plumtree^[13],Lemaitre和Chaboche^[14]等认为耗散势能 F_D

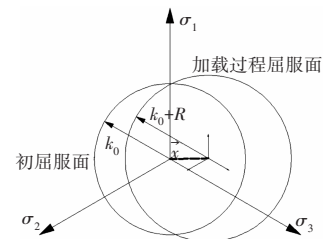


图1 随动硬化和各向同性硬化对屈服面的影响

是应变能密度耗散率 Y 和累计塑性应变率 \dot{p} 的函数,式(7)给出了该损伤演化函数的基本形式

$$F_D(Y, \dot{p}) = \frac{S_1}{S_2 + 1} \left(-\frac{Y}{S_1}\right)^{S_2 + 1} \dot{p} \quad (8)$$

式中: S_1 和 S_2 为材料参数。

根据式(7)和式(8),损伤演化方程可以表示为

$$\frac{dD}{dN} = \left(\frac{\sigma^2}{2ES_1(1-D)^2} \right)^{S_2} |\dot{p}| \quad (9)$$

1.3 非比例强化因子

非比例强化因子是指在金属晶体中,由于位错与其他晶格缺陷的相互作用而引起的材料强度提高。其物理机制涉及到位错的移动和扩散、晶粒边界与位错的相互作用等多种因素。具体来说,位错可以通过拉伸或剪切等方式移动,从而增强晶体的硬度;晶粒边界能够阻碍位错的移动,形成有效的强化效果;位错还能够诱导出其他缺陷,如孪晶、层错等,进一步提高材料的强度。总之,非比例强化因子的物理机制是复杂的多因素综合效应。在多轴非比例加载下,单轴试验数据得到的模型不足以描述材料的非比例强化现象。因此需要对硬化规律加以修正,为此引入附加强化系数和非比例强化因子描述多轴非比例现象

$$\dot{X}_{ij}^k = (1 + \alpha_{np} f_{np}) (c_k a_k \dot{\epsilon}_{ij}^p - c_k X_{ij} \dot{p}) \quad (10)$$

式中: α_{np} 为附加强化系数,本文假设其为常数; f_{np} 为非比例强化因子,与临界面内参数相关。

多轴非比例加载会使材料产生附加强化效应,在相同应变幅大小的情况下,附加强化效应会导致非比例循环下的材料寿命较比例循环的材料寿命更短。主应变和最大剪切应变平面角的连续变化是非比例加载下疲劳寿命减少的主要原因,而最大剪应变平面上的最大正应力可以表征非比例加载的附加强化效应的影响。

临界面理论认为疲劳裂纹由材料内部滑移带的局部塑性变形产生,并且滑移带的方向与最大剪应变的方向一致,并假设裂纹萌生和扩展均在某一个特定平面上。本文采用临界面理论,以最大剪应变幅平面作为临界平面、以最大剪应变幅为控制参数,并据此提出了一种适用于描述多轴非比例现象的非比例强化因子

$$f_{np} = \sqrt{1 - \frac{\left(\frac{1}{3} \Delta \gamma_{\max}^2 + \Delta \epsilon_{\max}^2\right)^{0.5}}{\left(\frac{1}{3} \Delta \gamma_{\max, \text{prop}}^2 + \Delta \epsilon_{\max, \text{prop}}^2\right)^{0.5}}} \quad (11)$$

式中: $\Delta \gamma_{\max}$ 为最大剪应变平面上的最大剪应变幅值; $\Delta \epsilon_{\max}$ 为最大剪应变平面上的最大正应变幅值; $\Delta \gamma_{\max, \text{prop}}$ 、 $\Delta \epsilon_{\max, \text{prop}}$ 分别为在相同应变幅下的比例加载条件下的最大剪应变平面上的最大剪应变幅、正应变幅。

当加载方式为单轴轴向或剪切加载时, $f_{np} = 0$,内变量演化方程也退化为单轴形式。

1.4 粘塑性势函数修正系数

在变温条件下,粘塑性势函数为温度的函数

$$\Omega(T) = \frac{K(T)}{n(T) + 1} \left\langle \frac{F(T)}{K(T)} \right\rangle^{n(T) + 1} \quad (12)$$

式中:屈服函数 F 、材料参数 K 和 n 均为温度的函数。

采用式(12)的热机械迟滞回线模拟与试验有误差,故提出修正系数 $\mu(T)$ 对粘塑性势函数进行改进

$$\Omega(T) = \mu(T) \frac{K(T)}{n(T) + 1} \left\langle \frac{F(T)}{K(T)} \right\rangle^{n(T) + 1} \quad (13)$$

$$\mu(T) = \frac{E_m}{E(T)} \quad (14)$$

式中: E_m 为循环温度载荷中平均温度对应弹性模量; $E(T)$ 为各温度下弹性模量。

则

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \frac{\partial \Omega(T)}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{3}{2} \mu(T) \left(\frac{J_2(\sigma_{ij} - X_{ij}) - k_0(T) - R}{K(T)} \right)^{n(T)} \left(\frac{\sigma'_{ij} - X'_{ij}}{J_2(\sigma_{ij} - X_{ij})} \right) \quad (15)$$

随动硬化项和各项同性硬化项表示为温度的函数

$$\dot{X}_i = \left[\dot{X}_i \right]_{\dot{T}=0} + \frac{1}{C_i(T)} \frac{\partial C_i(T)}{\partial T} X_i \dot{T}, C_i(T) = c_i(T) a_i(T) \quad i = 1, 2 \quad (16)$$

$$\dot{R} = \left[\dot{R} \right]_{\dot{T}=0} + \left(\frac{1}{b(T)} \frac{\partial b(T)}{\partial T} + \frac{1}{Q(T)} \frac{\partial Q(T)}{\partial T} \right) R \dot{T} \quad (17)$$

2 本构模型参数的确定

2.1 Chaboche 模型参数的确定

为方便获取 Chaboche 模型参数,将 Chaboche 模型3维应力应变形式简化为1维应力应变形式

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}^p = \left(\frac{\sigma - X - R - k_0}{K} \right)^n \text{sgn}(\sigma - X) \\ \dot{X} = \dot{X}_1 + \dot{X}_2 \\ \dot{X}_1 = c_1 a_1 \dot{\varepsilon}^p - c_1 X_1 \dot{p} \\ \dot{X}_2 = c_2 a_2 \dot{\varepsilon}^p - c_2 X_2 \dot{p} \\ \dot{R} = b(Q - R) \dot{p} \\ \dot{p} = \dot{\varepsilon}^p \end{cases} \quad (18)$$

式中: \dot{X}_1 和 \dot{X}_2 为随动硬化内变量 \dot{X} 的分量;函数 $\text{sgn}()$ 为阶跃函数。

根据式(18),应力和各变量的之间的关系为

$$\sigma = X_1 + X_2 + k_0 + R + K |\dot{\varepsilon}^p|^{1/n} \quad (19)$$

式中: X_1 为短程应力,在小塑性变形阶段变化明显,在大塑性变形阶段为常数; X_2 为长程应力,在整个塑性变形阶段过程中变化明显^[2]。

因此,需要确定的Chaboche模型参数包括:弹性模型 E 和初始屈服应力 k_0 ;随动硬化内变量参数 a_1, c_1, a_2, c_2 ;各向同性硬化内变量的参数 b 和 Q ;屈服函数参数 K 和 n 。

(1)弹性模型 E 和初始屈服应力 k_0 。

根据试验获得的前1/4循环单轴拉伸应力应变曲线,通过拟合Ramberg-Osgood方程,得到弹性模型 E 和初始屈服应力 k_0 ,如图2所示。

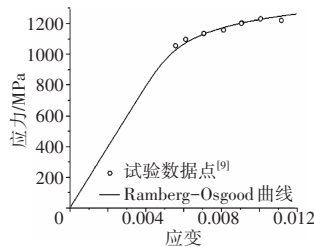


图2 20 °C下GH4169合金前1/4循环单轴疲劳拉伸应力应变曲线

在20 °C下GH4169的拉压疲劳试验采用应变控制,应变比 $R_s = -1$,加载波形为正弦波,加载频率为0.5~1.0 Hz。

(2)随动硬化内变量参数 a_1, c_1, a_2, c_2 。

假设塑性应变达到0.1%时应力变化只与长程应力 X_2 相关。将式(19)对塑性应变 ε^p 求导后,并取对数得到

$$\ln \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon^p} \right) = \ln(a_2 c_2) - c_2 \varepsilon^p \quad (20)$$

对试验曲线拟合得到 a_2 和 c_2 ,如图3所示。

在塑性应变小于0.1%的情况下,将式(15)对塑性应变 ε^p 求导后,并取对数得到

$$\ln \left(\frac{\partial(\sigma - X_2)}{\partial \varepsilon^p} \right) = \ln(a_1 c_1) - c_1 \varepsilon^p \quad (21)$$

对试验曲线拟合得到 a_1 和 c_1 ,如图4所示。

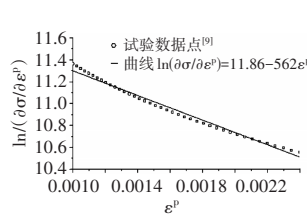


图3 a_2 和 c_2 的拟合曲线

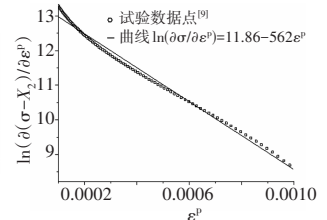


图4 a_1 和 c_1 的拟合曲线

(3)各向同性硬化内变量的参数 Q 和 b 。

根据式(18),各向同性硬化内变量 R 为

$$R = Q(1 - e^{-bp}) \quad (22)$$

式中: Q 为循环软化应力下降的幅值; b 为循环软化应力下降的速率。

则可拟合最大应力和塑性应变的曲线来获得 Q 和 b ,如图5所示。

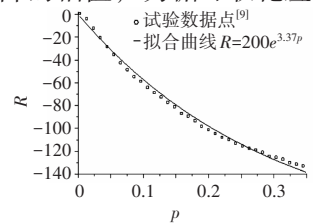


图5 Q 和 b 的拟合曲线

(4)屈服函数参数 K 和 n 。

K 表示剩余应力最大值,将 a_1, c_1, a_2, c_2 代入式(8),可以得到 $K=500 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{1/n}$ 。 n 为率相关参数,无法直接测得。本文假设 n 的初始值为10,并利用参数整体优化得到 n 的最优解。

(5)参数优化。

在确定上述初始参数之后,采用遗传算法优化本构模型参数,如图6所示。选择目标函数

$$Q_m = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\sigma_i^{\text{theory}} - \sigma_i^{\text{test}}}{\sigma_i^{\text{test}}} \right)^2 \quad (23)$$

式中: i 为个体数目; σ_i^{theory} 和 σ_i^{test} 为第 i 个个体的理论和试验应力值; Q_m 为适应度函数,当 Q_m 取得最小值时,目标函数存在最优解。

在20 °C下GH4169合金本构模型参数初始值和优化值见表1。

在300、550和650 °C下GH4169合金本构模型参数初始值和优化值见表2。分别采用初始参数值和优化参数值的本构模型,对3种温度下GH4169合金应变控制下前1/4循环单轴疲劳应力应变曲线进行模拟,并于试验对比,如图7所示。从图中可见,采用参

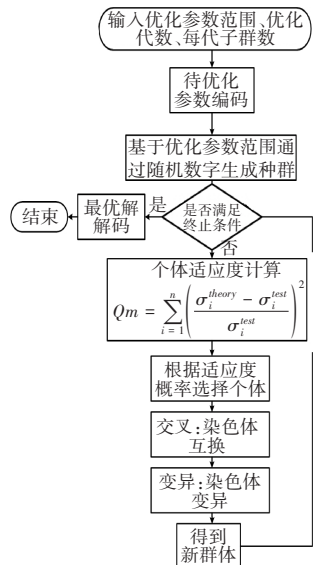


图6 遗传算法流程

表1 在20℃下GH4169合金本构模型参数初始值和优化值

| 本构模型参数 | 初始值 | 优化值 |
|-------------------------------------|--------|--------|
| E/MPa | 198020 | 198020 |
| k_0/MPa | 400 | 273 |
| a_1/MPa | 143 | 121 |
| c_1 | 4898 | 6031 |
| a_2/MPa | 252 | 196 |
| c_2 | 565 | 304 |
| Q/MPa | -200 | -210 |
| b | 3.37 | 1.38 |
| $K/\text{MPa} \cdot \text{s}^{1/n}$ | 500 | 647 |
| n | 10 | 48.9 |

表2 在300、550和600℃下GH4169合金本构模型参数初始值和优化值

| 本构模型参数 | 300℃ | | 550℃ | | 650℃ | |
|-------------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 初始值 | 优化值 | 初始值 | 优化值 | 初始值 | 优化值 |
| E/MPa | 198020 | 198020 | 180200 | 180200 | 171600 | 171600 |
| k_0/MPa | 962 | 728 | 869 | 715 | 821 | 678 |
| a_1/MPa | 120 | 191 | 110 | 189 | 80 | 179 |
| c_1 | 3342 | 451 | 3355 | 492 | 3456 | 495 |
| a_2/MPa | 159 | 194 | 145 | 191 | 136 | 187 |
| c_2 | 208 | 286 | 225 | 316 | 305 | 350 |
| Q/MPa | -86 | -250 | -146 | -320 | -201 | -380 |
| b | 10 | 15.51 | 10 | 13.86 | 10 | 13.20 |
| $K/\text{MPa} \cdot \text{s}^{1/n}$ | 1050 | 941 | 1025 | 902 | 995 | 893 |
| n | 3.5 | 3.6 | 3.5 | 3.9 | 3.5 | 3.9 |

数初始值的模拟曲线与试验误差较大,而采用参数优化值的模拟曲线与试验值吻合。

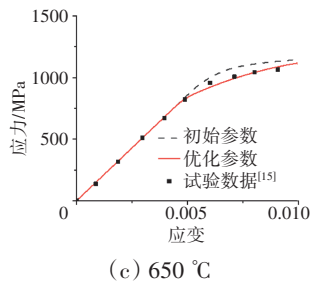
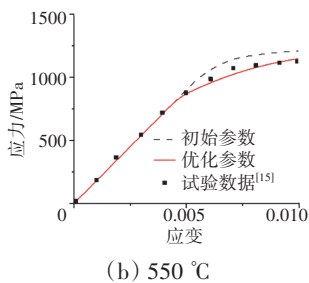
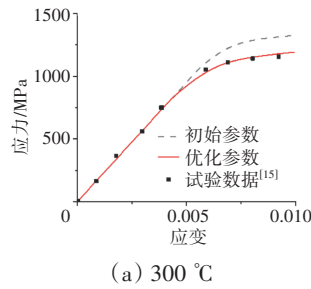


图7 3种温度下前1/4循环单轴疲劳应力应变曲线

2.2 非比例强化因子的确定

非比例强化因子 f_{np} 中的变量采用临界面理论获得。一点应力状态在空间上用6个应力分量表示,包括3个正应力分量和3个剪应力分量。在已知某一点

的应力状态后,直接根据坐标变换原理(式(24))求出任意坐标系下的该点应力分量,如图8所示。

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}^2 & a_{12}^2 & a_{13}^2 & 2a_{11}a_{12} & 2a_{11}a_{13} & 2a_{12}a_{13} \\ a_{21}^2 & a_{22}^2 & a_{23}^2 & 2a_{21}a_{22} & 2a_{21}a_{23} & 2a_{22}a_{23} \\ a_{31}^2 & a_{32}^2 & a_{33}^2 & 2a_{31}a_{32} & 2a_{31}a_{33} & 2a_{32}a_{33} \\ a_{11}a_{21} & a_{12}a_{21} & a_{13}a_{21} & (a_{11}a_{22} + a_{12}a_{21}) & (a_{11}a_{23} + a_{12}a_{21}) & (a_{12}a_{23} + a_{13}a_{21}) \\ a_{11}a_{31} & a_{12}a_{31} & a_{13}a_{31} & (a_{11}a_{32} + a_{12}a_{31}) & (a_{11}a_{33} + a_{12}a_{31}) & (a_{12}a_{33} + a_{13}a_{31}) \\ a_{21}a_{31} & a_{22}a_{31} & a_{23}a_{31} & (a_{21}a_{32} + a_{22}a_{31}) & (a_{21}a_{33} + a_{22}a_{31}) & (a_{22}a_{33} + a_{23}a_{31}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{bmatrix} \quad (24)$$

式中: a_{ij} ($i=1, 2, 3; j=1, 2, 3$)的大小分别为 $a_{11} = \cos \theta \sin \phi$, $a_{12} = \sin \theta \sin \phi$, $a_{13} = \cos \phi$, $a_{21} = -\sin \theta$, $a_{22} = \cos \theta$, $a_{23} = 0$,

$$a_{31} = -\cos \theta \cos \phi, a_{32} = -\sin \theta \cos \phi, a_{33} = \sin \phi。$$

应变转换与应力相似。假设轴向应力和扭向应力间的相位角为 φ ,如图9所示。

$$\sigma = \sigma_a \sin(\omega t) \quad (25)$$

$$\tau = \sigma_a \sin(\omega t - \varphi) \quad (26)$$

通过式(24)~(26)可以得到任意平面 (θ_i, ϕ_i) 下的最大剪应变幅

$$\frac{\Delta \gamma'_i}{2} = \max_{\substack{1 \leq j \leq p \\ j+1 \leq m \leq p}} \left[\frac{1}{2} \sqrt{(\gamma'_{i,xy}(j) - \gamma'_{i,xy}(m))^2 + (\gamma'_{i,xz}(j) - \gamma'_{i,xz}(m))^2} \right] \quad (27)$$

式中: p 为离散载荷步数; j, m 为离散载荷步的位置(图9)。

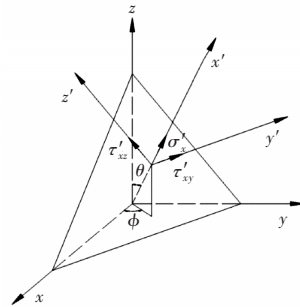


图8 任意平面上的应力分量形式

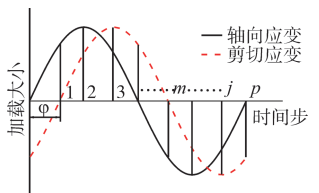


图9 法向应力与切向应力关系

任意平面下的法向应变幅值为

$$\Delta \varepsilon_i = \max_{\substack{1 \leq j \leq p \\ j+1 \leq m \leq p}} \{ \varepsilon'_{ix}(j) - \varepsilon'_{ix}(m) \} \quad (28)$$

在平面应力状态下,当 $\phi = 90^\circ$ 时剪应变幅值最大。旋转 θ 角并计算每个平面上的法向应变幅值和法向应变,当法向应变幅值取得最大值时,设该平面为临界平面 $(\theta_{max}, \phi_{max})$,此时的法向应变幅为最大法向应变幅。此时的各参数为

$$\frac{\Delta \gamma_{max}}{2} = \max_{\substack{1 \leq j \leq p \\ j+1 \leq m \leq p}} \left[\frac{1}{2} \sqrt{(\gamma'_{max,xy}(j) - \gamma'_{max,xy}(m))^2 + (\gamma'_{max,xz}(j) - \gamma'_{max,xz}(m))^2} \right] \quad (29)$$

$$\Delta \varepsilon_{\max} = \max_{\substack{1 \leq j \leq p \\ j+1 \leq m \leq p}} \{ \varepsilon'_{\max, x}(j) - \varepsilon'_{\max, x}(m) \} \quad (30)$$

2.3 温度相关参数的确定

在变温条件下,本构模型中的各参数为温度的函数。本文通过对表 2 中 300、550 和 650 °C 的参数优化值进行拟合,获得各参数关于温度的拟合函数,如图 10 所示。

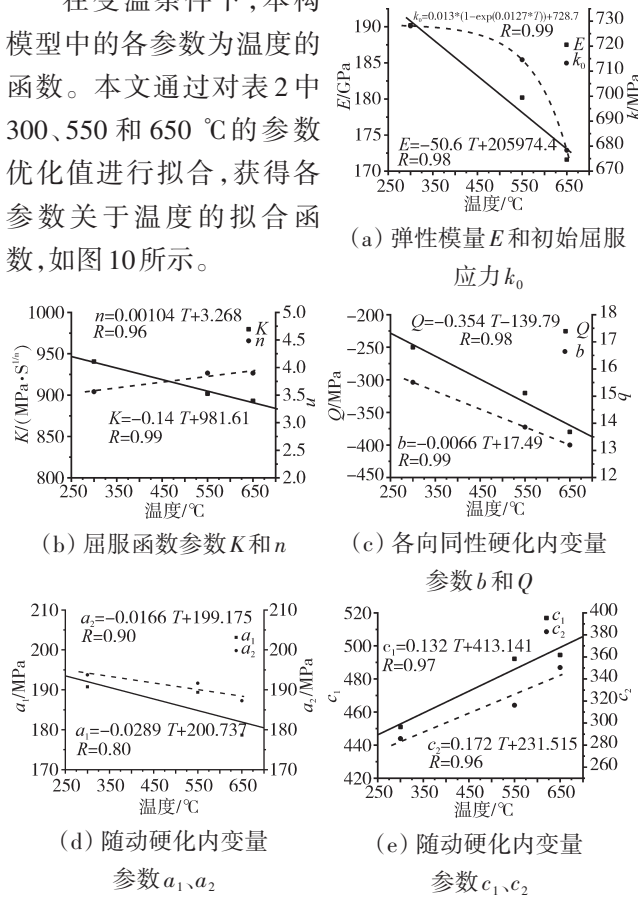


图 10 本构模型各参数关于温度的拟合函数

3 模型验证

3.1 常温多轴疲劳力学行为模拟

对在 20 °C 下 GH4169 合金在 5 种加载条件下的疲劳进行模拟。5 种加载条件分别为轴向加载、扭转加载、比例加载、45° 非比例加载以及 90° 非比例加载。常温下损伤参数 S_1 和 S_2 取 9.3 和 $5.7^{[4-5]}$ 。

在 20 °C 第 200 次循环的轴向、扭向应力应变关系如图 11 所示。从图中可见,轴向的应力峰谷值均与

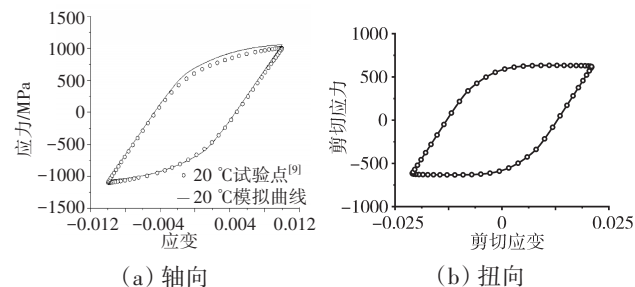


图 11 20 °C 第 200 次循环轴向、扭向应力应变关系

试验结果吻合,证明了本构模型的有效性。但是对于轴向加载,迟滞回线模拟曲线的正向塑性加载阶段略大于试验曲线。由于材料的疲劳主要由应力峰谷值决定,因此正向塑性加载阶段的偏差不会影响疲劳寿命评估。

在 20 °C 第 200 次循环比例加载轴向、扭向应力应变关系如图 12 所示。本文计算了 45° 和 90° 非比例加载下不同应变幅的迟滞回线,来研究应变幅对材料疲劳行为的影响。

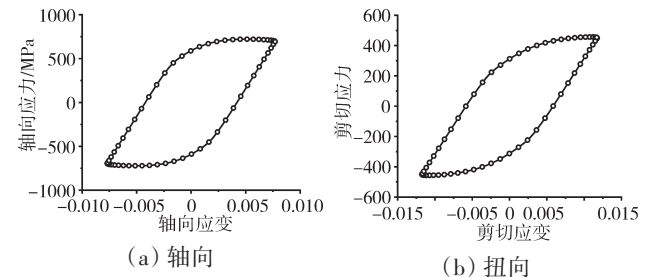


图 12 在 20 °C 第 200 次循环比例加载轴向、扭向应力应变关系

在 20 °C 第 200 次循环 45° 非比例加载轴向、扭向应力应变关系如图 13 所示。从图中可见,在 45° 非比例加载下,应变幅对应力峰谷值的影响较大,而对迟滞回线的形状影响很小。

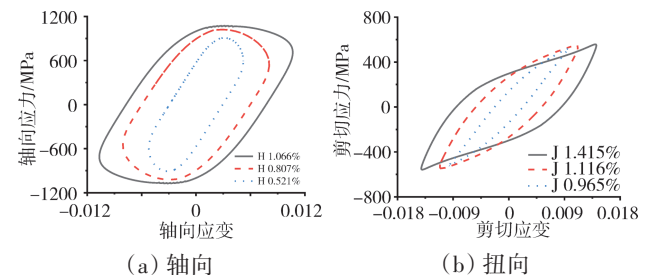


图 13 在 20 °C 第 200 次循环 45° 非比例加载轴向、扭向应力应变关系

在 20 °C 第 200 次循环 90° 非比例加载轴向、扭向应力应变关系如图 14 所示。从图中可见,在 90° 非比例加载下,迟滞回线的形状随着应变幅的增大,由直线

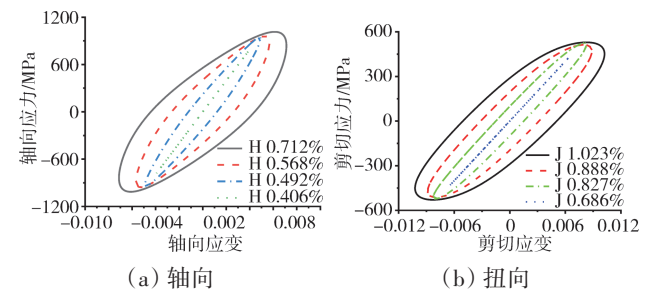


图 14 在 20 °C 第 200 次循环 90° 非比例加载轴向、扭向应力应变关系

渐渐变化为椭圆形。可见对于90°非比例加载,应变幅对应力峰谷值和迟滞回线的形状都有较大的影响。

非比例加载对材料应力应变关系影响较大的原因是当轴向或剪切方向的应变反向加载时,材料可能进入弹性卸载阶段,导致奇点的产生,由于另一方向仍在加载,材料又很快进入塑性加载阶段,忽略了弹性加载阶段,导致应力应变曲线的复杂化。

3.2 高温多轴疲劳力学行为模拟

为了验证本文建立的模型适用于高温载荷,对650℃下GH4169在3种多轴加载条件下的疲劳试验进行模拟,3种加载条件分别为比例加载、45°非比例加载和90°非比例加载。在650℃下损伤参数 S_1 和 S_2 取4.4和7.5^[4-5]

在650℃下第200次循环比例加载轴向、扭向应力应变关系如图15所示。从图中可见,在高温下GH4169合金在轴向和扭向加载过程中存在一定程度的平均应力,使得试验点并不对称,因此模拟曲线和试验曲线没有完全重合。

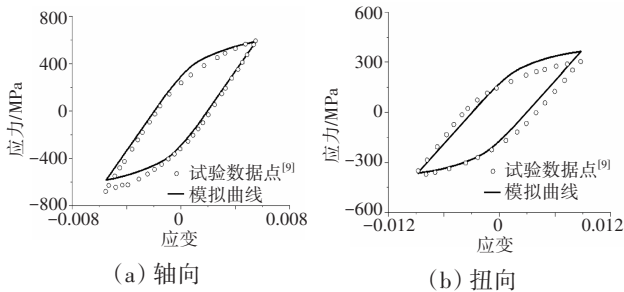


图15 在650℃下第200次循环比例加载轴向、扭向应力应变关系

在650℃下第200次循环45°非比例加载轴向、扭向应力应变关系如图16所示。从图中可见,在45°非比例加载下,平均应力的影响仍然存在轴向加载过程中。

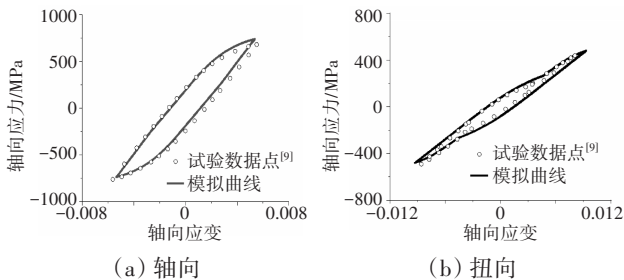


图16 在650℃下第200次循环45°非比例加载轴向、扭向应力应变关系

在650℃下第200次循环90°非比例加载轴向、扭向应力应变关系如图17所示。从图中可见,在轴向

加载过程中平均应力的影响仍然存在,扭转模拟曲线应力偏小。

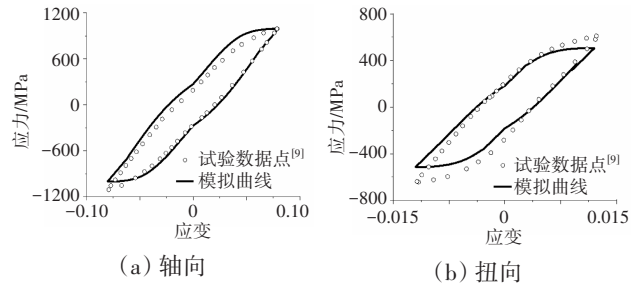


图17 在650℃下第200次循环90°非比例加载轴向、扭向应力应变关系

从图15~17中可见,在650℃3种多轴加载条件下的迟滞回线模拟和试验基本吻合,证明了本文建立的模型适用于高温条件。

3.3 不同温度下多轴疲劳力学行为模拟

分别对3种温度(300、550和650℃)的GH4169合金^[5]进行了单轴轴向加载和圆形路径加载的疲劳试验进行模拟。3种温度下GH4169合金本构模型参数见表3。

表3 300、550和650℃下GH4169合金本构模型参数

| $T/^\circ\text{C}$ | a_1/MPa | c_1 | a_2/MPa | c_2 | $K/\text{MPa} \cdot \text{s}^{1/n}$ | n | k_0/MPa | b | Q/MPa |
|--------------------|------------------|-------|------------------|-------|-------------------------------------|------|------------------|-----|----------------|
| 300 | 229 | 2967 | 210 | 210 | 511 | 43.7 | 159 | 1.9 | -150 |
| 550 | 189 | 4906 | 204 | 200 | 642 | 38 | 86 | 2.8 | -300 |
| 650 | 208 | 4793 | 219 | 220 | 450 | 26.5 | 79.68 | 4.2 | -350 |

3种温度第1、200次循环单轴迟滞回线如图18所示。从图中可见,第1次加载的应力峰谷值和试验结果吻合(图18(a)),但在反向加载的塑性段与试验有差异,反向加载的塑性段的差异在循环加载过程中消失(图18(b))。

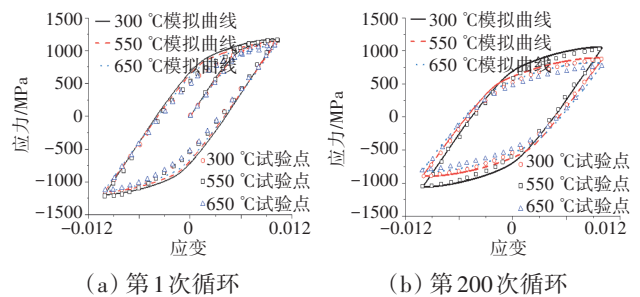


图18 在300、550和650℃下单轴轴向迟滞回线

应变控制迟滞回线包括初始加载阶段,卸载阶段和反向加载阶段。在初始加载阶段中,计算和试验结果一致,但是反向塑性加载阶段计算和试验结果有差异。这是因为随动硬化参数 R 是从单调拉伸试验获得的,而 R 的演化和累积的塑性应变 p 相关。在第1次反向塑性加载阶段,累积塑性应变 p 很小,因此第1

个应力-应变迟滞回线主要通过单调曲线获得。随着加载和卸载循环加载,随着 R 的演化,计算值与试验值逐渐接近,在第 200 次循环时模拟与试验吻合较好。由于材料的疲劳主要由应力峰值决定,因此反向塑性加载阶段的偏差不会影响疲劳寿命评估。

在 300、550 和 650 °C 下第 200 次循环圆形加载路径下的迟滞回线如图 19 所示。从图中可见,迟滞回线的模拟与试验基本吻合。证明了本文提出的本构模型对 GH4169 合金的适用性。

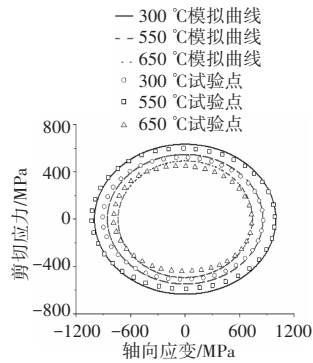


图 19 在 300、550 和 650 °C 下第 200 次循环圆形加载路径下的迟滞回线

3.4 热机械疲劳力学行为模拟

分别对 GH4169 合金在同相位 (IP) 与反相位 (OP) 加载条件下的热机械疲劳试验进行了模拟。IP 和 OP 加载条件如图 20 所示,循环周期为 180 s,机械应变幅为 0.01,温度为 300 ~ 650 °C。

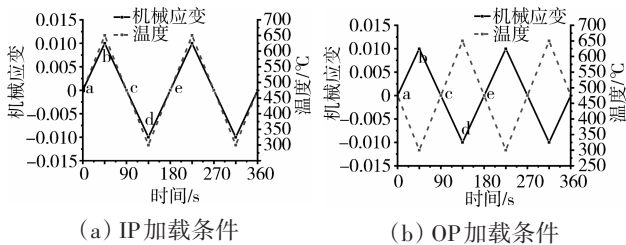


图 20 热机械加载条件

在 IP 和 OP 条件下第 200 次循环迟滞回线如图 21 所示。采用修正后的本构模型的模拟与试验吻合良好,且与未修正的本构模型相比,明显的提高了预测精度,验证了本文本构模型的精确性。

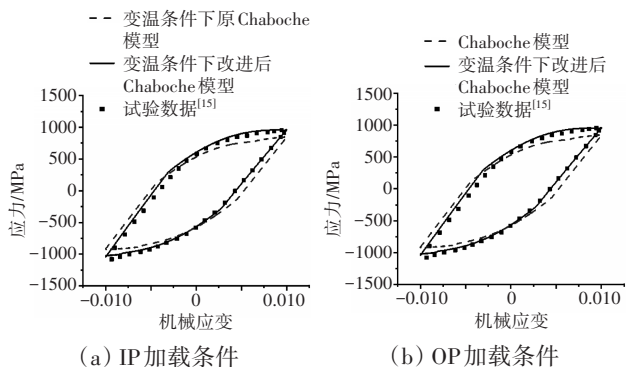


图 21 热机械加载条件下第 200 次循环迟滞回线

从图 21 中可见,在 IP 和 OP 条件下的迟滞回线均具有明显的不对称性:拉压应力不对称和非弹性应变的不对称。在 IP 条件下,最大循环应力幅值小于最小循环应力幅值,平均应力为负值,表现为压应力;在 OP 条件下,最大循环应力幅值大于最小循环应力幅值,平均应力为正值,表现为拉应力。在 IP 条件下,拉伸半周非弹性应变幅值大于压缩半周;在反相位 OP 条件下,拉伸半周非弹性应变幅值小于压缩半周。这是因为在热机械加载条件下,材料的性能会随着温度的变化发生变化,因此尽管机械载荷是对称的,材料在拉伸半周与压缩半周的力学响应差别较大,迟滞回线呈现出明显的不对称性。

从图 21 中还可见,材料无论在 IP 还是 OP 条件下,低温半周的应力幅值较大,高温半周的非弹性应变幅值较大。这是因为高温半周温度较高,材料模量低、抵抗变形能力弱;与高温半周相比,低温半周温度低,材料模量较高、抵抗变形能力强。

在 IP 和 OP 条件下的循环应力响应曲线如图 22 所示。从图中可见,模拟与试验吻合,验证了本构模型的有效性。从图中还可见:在 IP 条件下,应力峰值下降约 240 MPa,应力谷值应力下降约 150 MPa;OP 条件下,应力峰值下降约 140 MPa,应力谷值下降约 230 MPa。因此,无论在 IP 还是 OP 条件下,材料在应力峰值和谷值的循环软化程度不同,且高温半周循环软化程度较大。与等温循环应力响应行为不同,热机械循环应力响应曲线无明显循环稳定阶段。

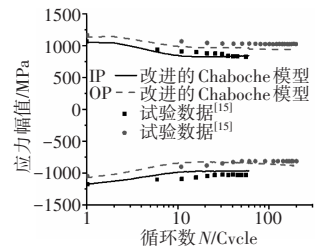


图 22 热机械加载条件下循环应力响应曲线

4 结论

(1) 本文提出的本构模型可以描述比例和非比例加载下的材料力学行为,模型中的随动硬化项可以有效地描述应力峰值的复杂变化。在不同温度下的预测与试验吻合较好。

(2) 非比例强化因子对材料非比例加载条件下的力学行为有明显影响。临界面法可以合理地表征非比例强化因子。粘塑性势函数修正系数可以明显提高了热机械力学行为的预测精度。

(3) 无论 IP 还是 OP 热机械加载条件下,材料低温

半周的应力幅值较大,高温半周的非弹性应变幅值和循环软化程度较大。

参考文献:

- [1] Dunne F P E , Hayhurst D R . Continuum damage based constitutive equations for copper under high temperature creep and cyclic plasticity [J]. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1992, 437(1):545-566.
- [2] Chaboche J L. Constitutive equations for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity[J]. International Journal of Plasticity, 1989, 5(3): 247-302.
- [3] Rémy L, Szymtka F , Bucher L . Constitutive models for bcc engineering iron alloys exposed to thermal - mechanical fatigue[J]. International Journal of Fatigue, 2013, 53(Complete):2-14.
- [4] Hu X N , Zhang G L , Yang X G , et al. Finite element analysis and life modeling of a notched superalloy under thermal mechanical fatigue loading[J]. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2018, 165:51-58.
- [5] Sun J, Yuan H. Cyclic plasticity modeling of nickel-based superalloy Inconel 718 under multi-axial thermo-mechanical fatigue loading conditions[J]. International Journal of Fatigue, 2019, 119:89-101.
- [6] 徐涛, 高行山, 温志勋, 等. 镍基单晶高温合金热机械疲劳本构模型研究[J]. 稀有金属材料与工程, 2015, 44(1):108-112.
XU Tao, GAO Hangshan, WEN Zhixun, et al. Thermo-mechanical fatigue constitutive model for nickel-based single crystal superalloys [J]. Rare Metal Materials and Engineering, 2015, 44(1): 108-112. (in Chinese)
- [7] 张克实, Brocks W. Chaboche 热粘塑性损伤模型的应用研究[J]. 航空动力学报, 2002(5):615-622.
ZHANG Keshi, Brocks W. Application study of Chaboche thermoviscoplastic damage model[J]. Journal of Aerospace Power, 2002(5):615-622. (in Chinese)
- [8] 徐可君, 王永旗, 秦海勤, 等. 基于 Chaboche 理论的 GH901 合金本构模型改进[J]. 航空发动机, 2017, 43(5):39-47.
XU Kejun, WANG Yongqi, QIN Haiqin, et al. Improvement of GH901 alloy constitutive model based on Chaboche theory [J]. Aviation Engine, 2017, 43(5): 39-47. (in Chinese)
- [9] 李鑫. 基于损伤力学的 GH4169 高温多轴寿命预测研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2019.
LI Xin. Research on GH4169 high temperature multiaxial life prediction based on damage mechanics[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2019. (in Chinese)
- [10] Anzellotti G. On the existence of the rates of stress and displacement for the Prandtl-Reuss plasticity[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 1985, 41(14): 5034-5037.
- [11] Frederick C O , Armstrong P J . A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect[J]. Materials At High Temperatures, 2007, 24(1):1-26.
- [12] 杨晓光. 粘塑性本构理论及其应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2013:21-22.
YANG Xiaoguang. Viscoplastic constitutive theory and its application [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2013: 21-22. (in Chinese)
- [13] Lemaitre J, Plumtree A. Application of damage concepts to predict creep-fatigue failures[J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 1979(3): 284-292.
- [14] Lemaitre J, Chaboche J L. Mechanics of solid materials[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1992, 119(3):642-643.
- [15] 刘飞龙. 镍基高温合金热机械疲劳行为及寿命预测方法研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2019.
LIU Feilong. Research on thermomechanical fatigue behavior and life prediction method of nickel-based superalloy[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics. 2019. (in Chinese)

(编辑: 程海)